

Bevezetés a modern optikába

II. BSc fizikus hallgatóknak

4.

Interferencia, interferométerek és vékonyrétegek



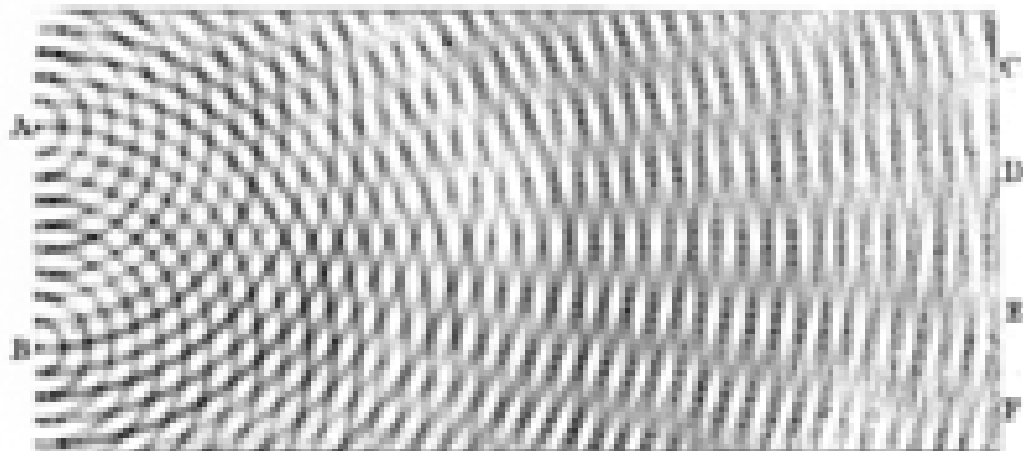
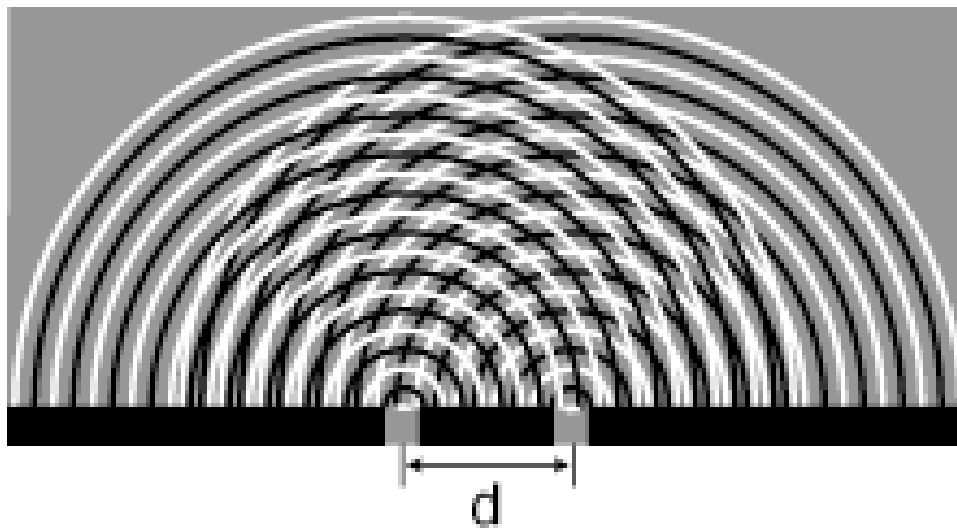
Interferencia

Az elhajlási jelenségeket olyan hullámok interferenciája okozza, amelyek fázisa a megfigyelés helyén **folytonosan** változik. Ezt fejezi ki a Fresnel-integrál.

Sokkal egyszerűbb, és sok alkalmazás szempontjából hasznosabban jelenik meg az interferencia, ha **megszámlálható** (legegyszerűbb esetben **két**) hullám-összetevő között meghatározott, diszkrét fáziskülönbségek lépnek fel.

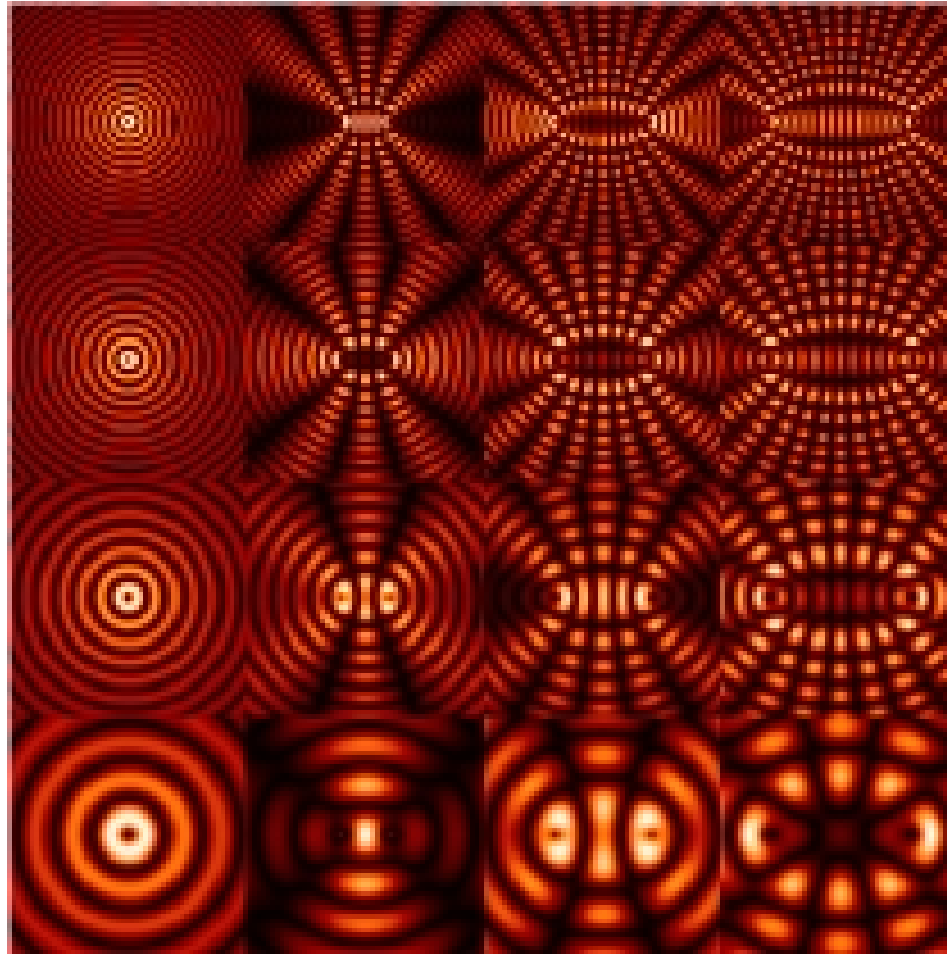
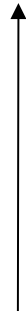
Ilyen körülményeket hozunk létre az **interferométerekben**. Sok, másképpen megfigyelhetetlenül gyenge fizikai hatás már jól mérhető fáziseltolást okoz, ezért az **interferometria** a mérés technika legérzékenyebb eszközei közé tartozik.

Két pontszerű hullámforrásból jövő monokromatikus hullám interferenciája

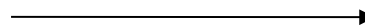


Két pontszerű hullámforrásból jövő monokromatikus hullám interferenciája

hullámhossz csökken



hullámforrások távolsága



A látható interferencia feltételei:

a) Legyen a két hullám frekvenciája azonos, és ne legyen merőleges a polarizációjuk.

$$\text{Intenzitás: } I \sim |\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2|^2 = |\mathbf{E}_1|^2 + |\mathbf{E}_2|^2 + 2\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2$$

konstruktív és destruktív interferencia I_1 I_2 fázisfüggő
interferencia tag

b) A két hullám közti fáziskülönbség időtől független legyen.

A fényforrás atomjaiban a fénykibocsátás egymástól független folyamat és rendkívül rövid idejű, tipikusan 10^{-14} sec. Ilyen független és fázisában véletlen hullámok kioltják egymást, **nem lép fel** interferencia. **Időben koherens** hullámokra van szükség. A hullámvonulat véges hosszúságú, ami meghatározza a **koherenciahosszt**. Közöséges fényforrások koherenciahossza μm nagyságrendű, míg lézereknél több km is lehet.

c) A fényforrás elég kicsiny, „pontoszerű” legyen.

A fényforrás méretének a hullámhossz nagyságrendjében kell esnie, máskülönben az interferenciakép elmosódik. Kivétel, ha a kiterjedt fényforrás egy pontjából jövő fénysugár hullámfrontja kétfelé oszlik.

A fenti feltételeket úgy lehet megvalósítani, hogy egyetlen fényforrás fényét osztják két vagy több részre, majd különböző utakat megtéve újra egyesítik a megfigyelés (detektor) előtt.

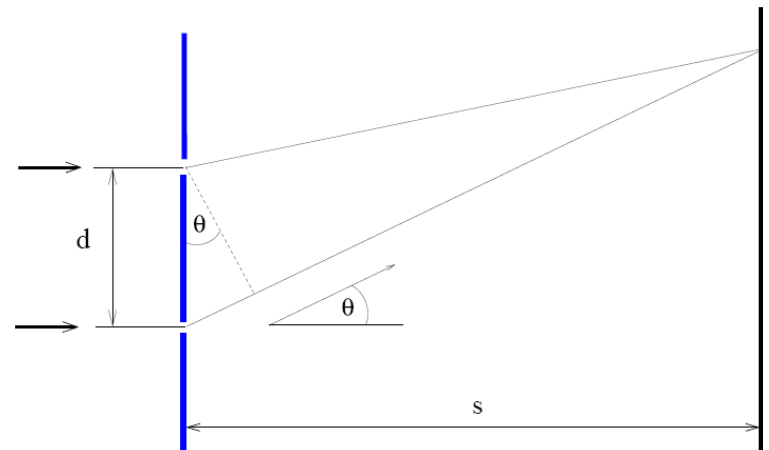
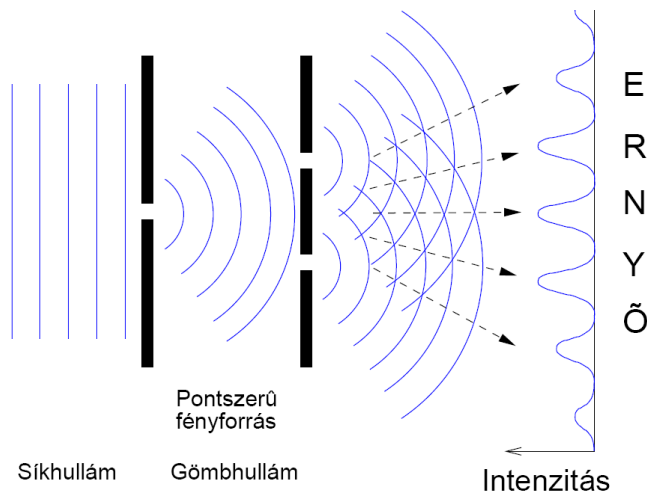
A fényhullám osztásának két módja: **hullámfront-osztás** és **amplitúdó-osztás**.

Interferencia hullámfront-osztással

1) Young-féle kétréses interferencia kísérlet (Thomas Young, 1773-1829)

Grimaldi 1665-ben a Nap fényét két egymáshoz közeli tűhegynyi méretű lyukon keresztül vezette be egy *camera obscurába*, de várakozásának ellenére nem tapasztalt interferenciát, mert a Nap, mint fényforrás túlságosan kiterjedt méretű (kb. fél fok).

Young ötlete: a két rés elé egy másik rést helyezve biztosítható a pontszerű (vonalszerű), fényforrás, amelytől a két rés jól definiált távolságra van.



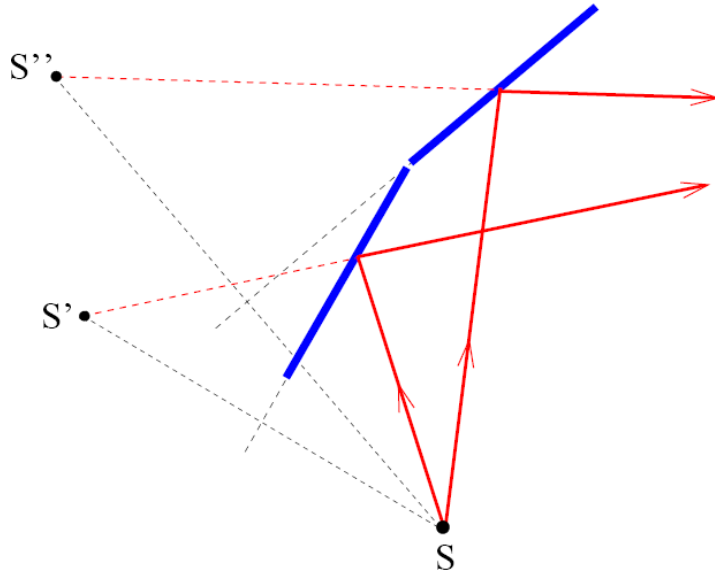
Fraunhofer-diffrakcióhoz hasonlóan a maximumok feltétele:

$$d \sin \theta = m\lambda, \text{ ahol } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

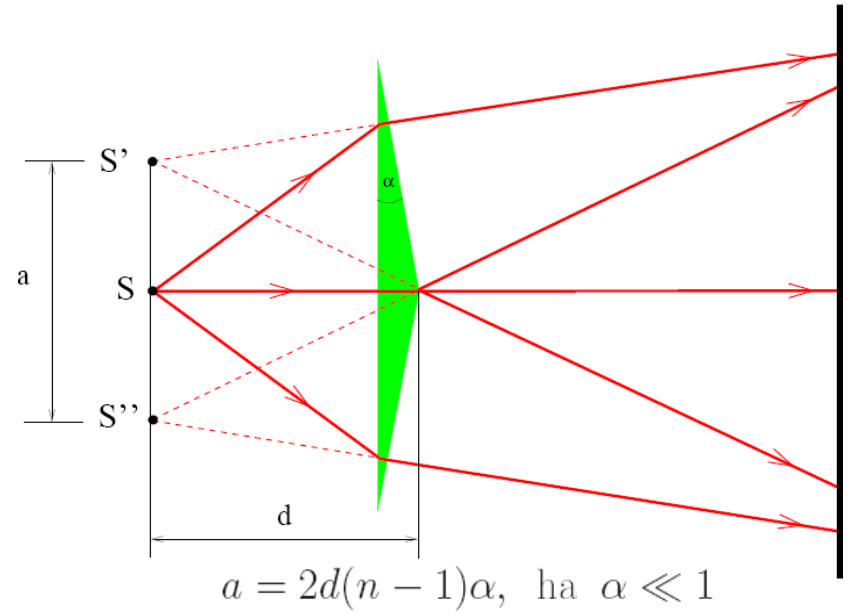
A szokásos elrendezésnél: $d \ll s$ azaz $\theta \ll 1$

A Young-féle kétréses interferenciával analóg

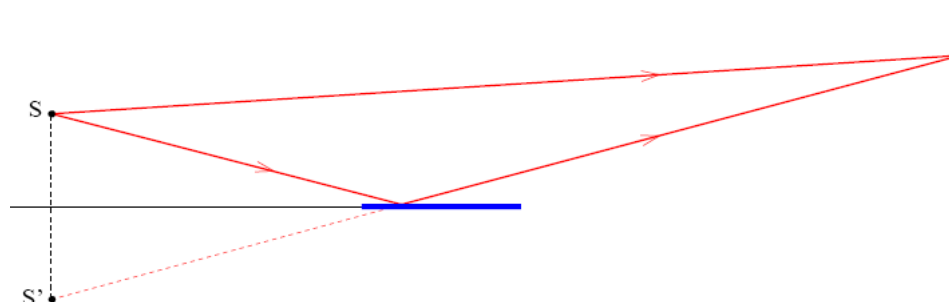
2) Fresnel-féle kettőstükör



3) Fresnel-féle biprizma

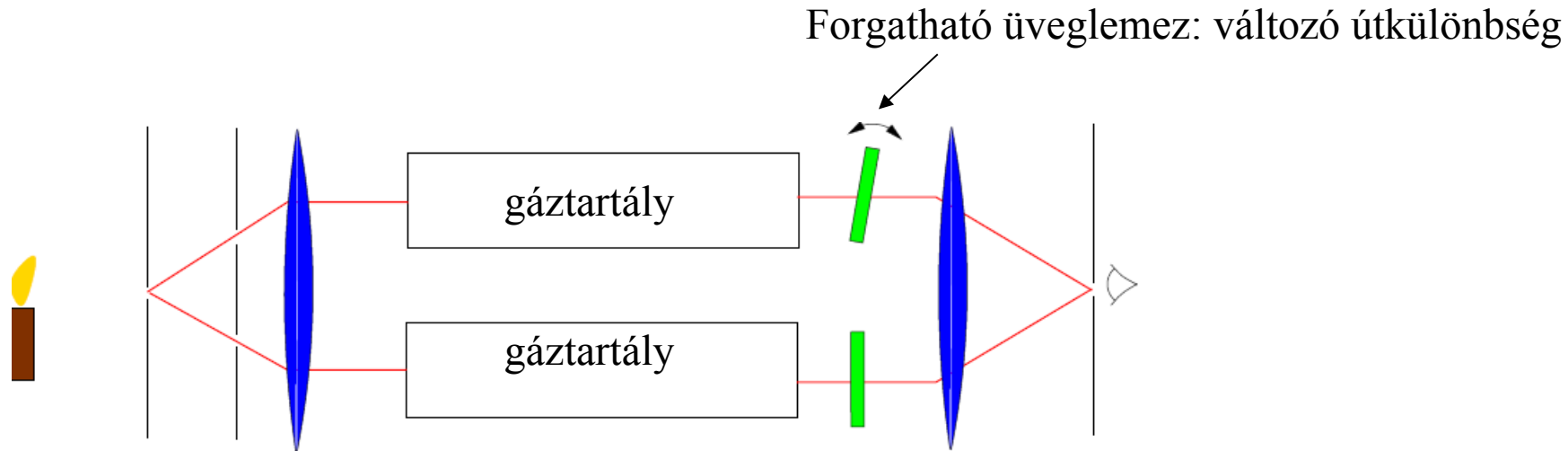


4) Lloyd-tükör



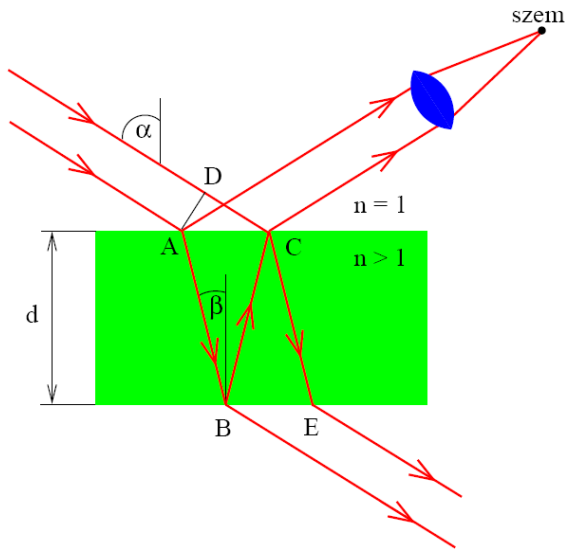
5) Rayleigh-interferométer (refraktométer)

Gázok törésmutatójának pontos mérése a nyomás függvényében (később labormérési feladat).



A levegő törésmutatója a geometriaoptika szempontjából 1 (kivétel a nagy méretek, pl.: délibáb); **interferenciáknál a kis eltérések a fontosak.**

6) Több sugaras interferencia



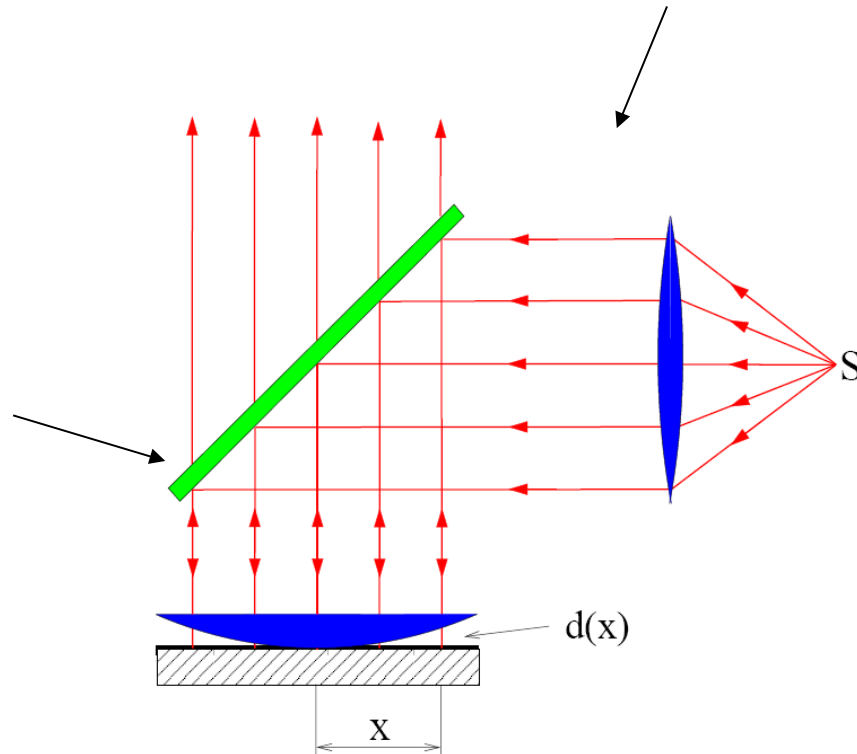
Színes csíkok szappanhártyán, olajfolton, fémek oxidrétegein (tökéletesen párhuzamos felület kell). További részletek: optikai vékonyrétegek (lásd később).

$$\text{optikai útkülönbség: } n(\overline{AB} + \overline{BC} - \overline{CD}) = \dots = 2dn \cos \beta$$

← π fázisugrás az optikailag sűrűbb közeg határfelületéről való visszaverődésnél!!!

7) Newton-gyűrűk

nyalábosztó
(lásd a következő fóliát)



CD disk, mint optikai rács.

A CD felületéről visszavert fény interferál, az optikai rácshoz hasonló módon.

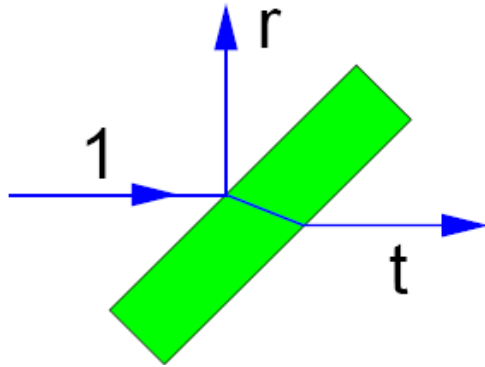
A CD felületének atomi felbontását atomi **erő mikroszkóppal** lehet tanulmányozni.

A 8b. fejezetben láthatunk ilyen képeket.



Interferométerek alapeszközei: nyalábosztók

nyalábosztás:



$$r = |r|e^{i\varphi_r} \quad \text{complex reflexió amplitúdó}$$

$$t = |t|e^{i\varphi_t} \quad \text{complex transzmisszió amplitúdó}$$

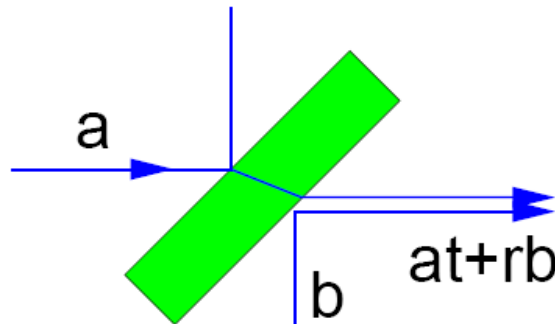
szimmetrikus esetben: $r = t \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$|r|^2 + |t|^2 \approx 1$$

veszteségek miatt kisebb

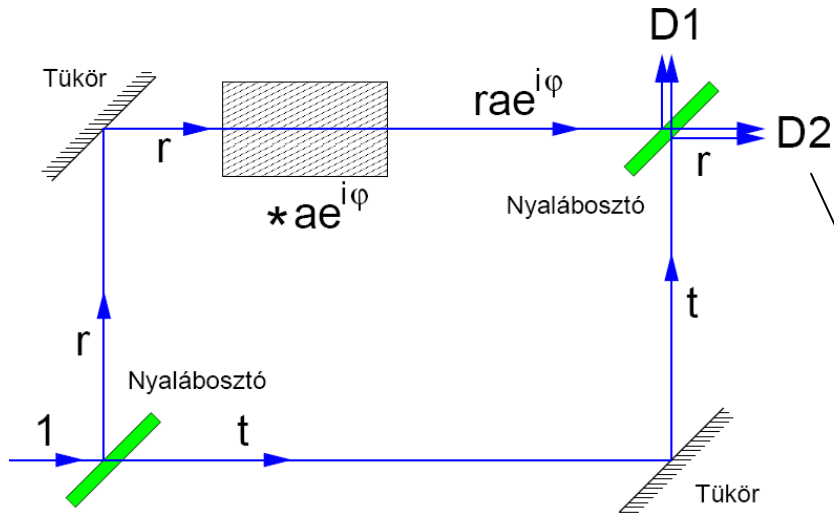
nyalábegyesítés

:



Pontos kollimálás kell!

Mach-Zehnder-interferométer

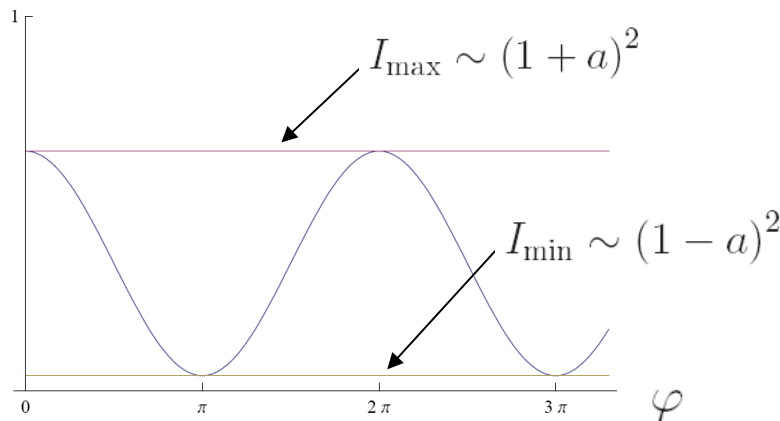


Az ismeretlen tárgy $a < 1$ amplitúdó-elnyelését (az abszolút érték négyzete) és a φ fáziseltolódást mérik.

$$e^{inkd} = e^{ikd} \underbrace{e^{i(n-1)kd}}_{\varphi}$$

$$|rt(1 + ae^{i\varphi})|^2 = \dots = |r|^2|t|^2(1 + a^2 + 2a \cos \varphi)$$

amit a D2 detektor mér



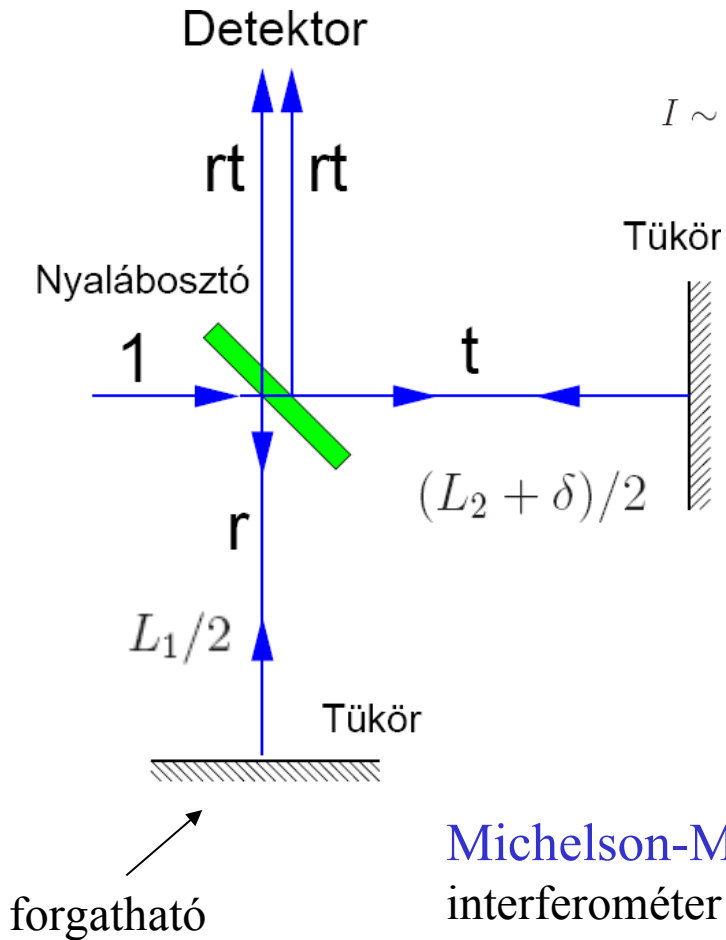
„visibility” vagy
kontraszt

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

(az interferencia láthatósága)

Veszteség nélkül (azaz $a = 1$, és tökéletes kollimálású nyalábegyesítés, tökéletesen azonos nyalábosztók) $V=1$.

Michelson-interferométer



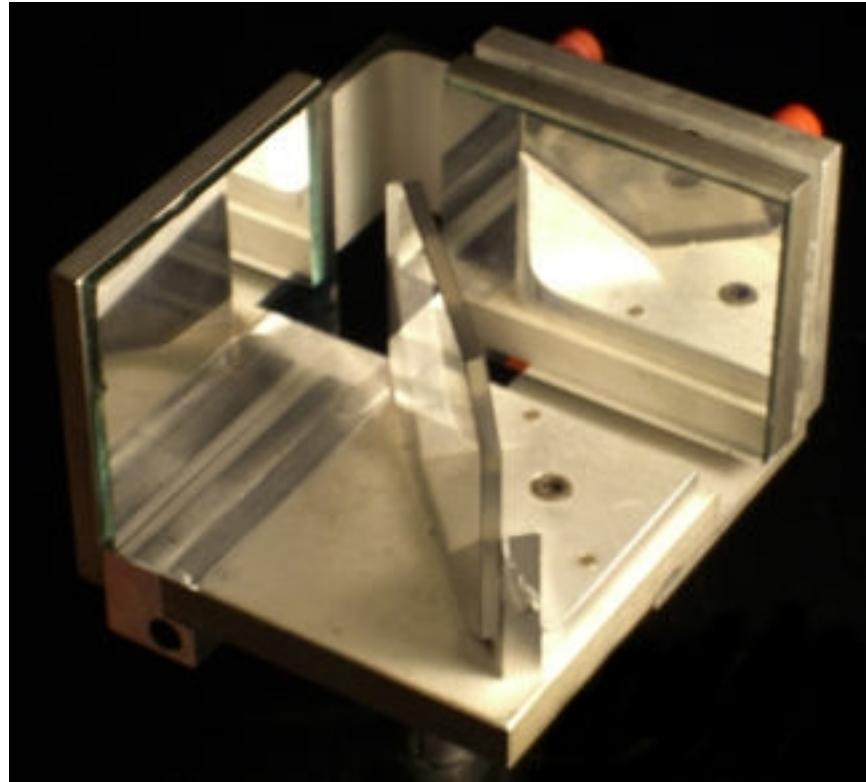
$$I \sim \left| rt \left(e^{ikL_1} + e^{ik(L_2 + \delta)} \right) \right|^2 = \dots = 2|r|^2|t|^2 \left\{ 1 + \cos [k(L_2 - L_1 + \delta)] \right\}$$

← $\delta/2$ eltolás ($< \lambda$: mikrométer, piezoelektromos mozgató)

Ha tükörök nem állnak teljesen merőlegesen (és általában ez a helyzet), az interferáló nyalábok nem párhuzamosan találkoznak, ezért az ernyőn **interferenciacsíkok** jelennek meg.

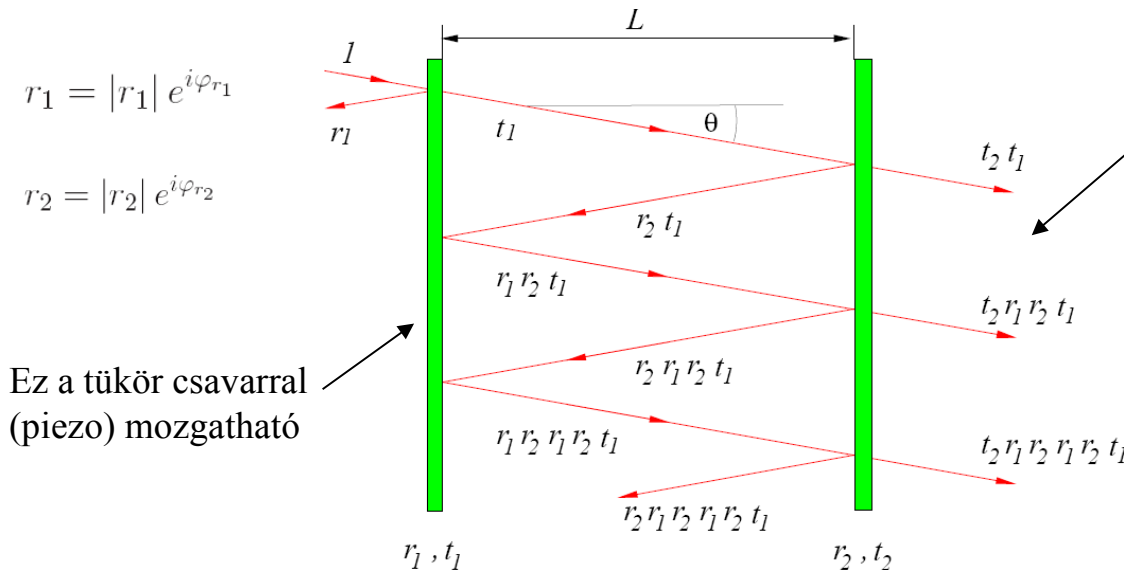
Michelson-Morley-kísérlet: mivel $k = \omega / c$, az interferométer detektálni tudná, ha a Föld pályamenti mozgása megváltoztatná az ebbe az irányba mozgó fény földi sebességét: egyszer az egyik, másszor a másik kart állítva ebbe az irányba, az interferenciacsíkok eltolódnának. Ilyen effektus nem volt; ez a negatív megfigyelés vezetett a speciális relativitás elvének felismeréséhez.

Michelson-interferométer

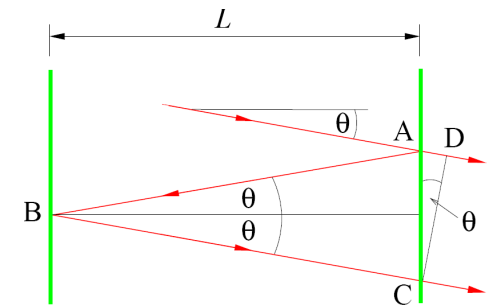


Fabry-Perot interferométer

Két **párhuzamos** (gyengén átteresztő, erősen visszaverő) tükör között oda-vissza „pattogó” fényben **sokszoros interferencia** lép fel, egy adott fáziskülönbség többszörösével.



interferenciagyűrűk



útkülönbség:

$$\Delta s = \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AD} = \dots = 2L \cos \theta$$

jelölés: $\delta := k\Delta s = 2kL \cos \theta$

$$t = t_2 \left(1 + r_1 r_2 e^{i\delta} + r_1 r_2 r_1 r_2 e^{i2\delta} + \dots \right) t_1$$

$$= t_1 t_2 \left[1 + r_1 r_2 e^{i\delta} + (r_1 r_2 e^{i\delta})^2 + \dots \right] \leftarrow \text{geometriai sor}$$

$$= \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2 e^{i\delta}} := \frac{t_0}{1 - r e^{i\varphi}}$$

ahol $r = |r_1| |r_2|$ valós és

$$\varphi = \varphi_{r_1} + \varphi_{r_2} + 2kL \cos \theta + \varphi_{\text{tárgy}}$$

$$t_0 := t_1 t_2$$

ha valamit közbeteszünk

Legyen $I_0 = |t_1|^2 |t_2|^2$

→ $I = |t|^2 = \frac{I_0}{|1 - r e^{i\varphi}|^2} = \dots = \frac{\frac{I_0}{(1-r)^2}}{1 + \frac{4r}{(1-r)^2} \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$

↓

$$I = \frac{I_{\max}}{1 + \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

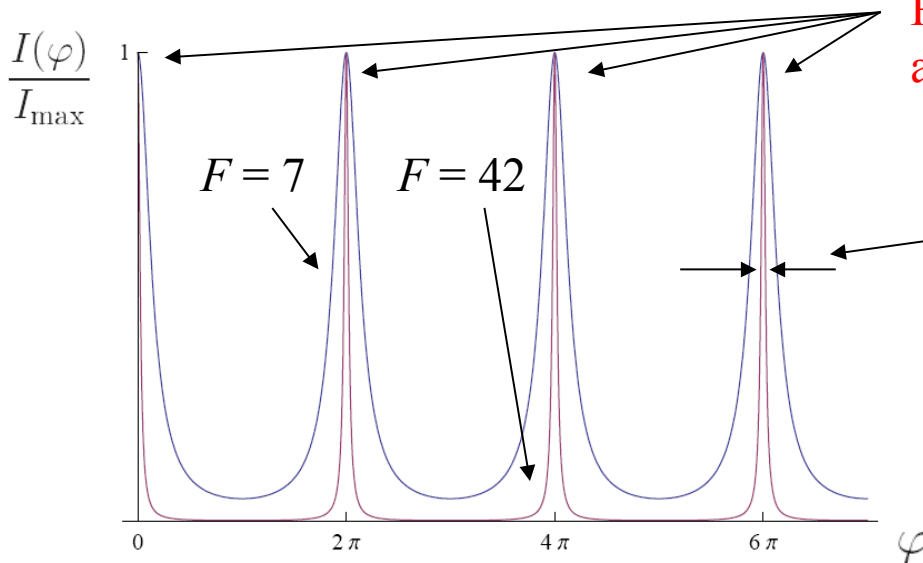
ahol $\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r}}{1-r}$ „finesse”
 $I_{\max} = \frac{I_0}{(1-r)^2}$

$r \rightarrow 1 \implies \mathcal{F} \rightarrow \infty$
 jó rezonátor: $\mathcal{F} \gg 1$
 lézerekben lehet
 $F = 10000$ is!

Rezonancia feltétele:

$$2kL \cos \theta_m + \varphi_{r_1} + \varphi_{r_2} + \varphi_{\text{tárgy}} = 2\pi m, \quad m \text{ egész}$$

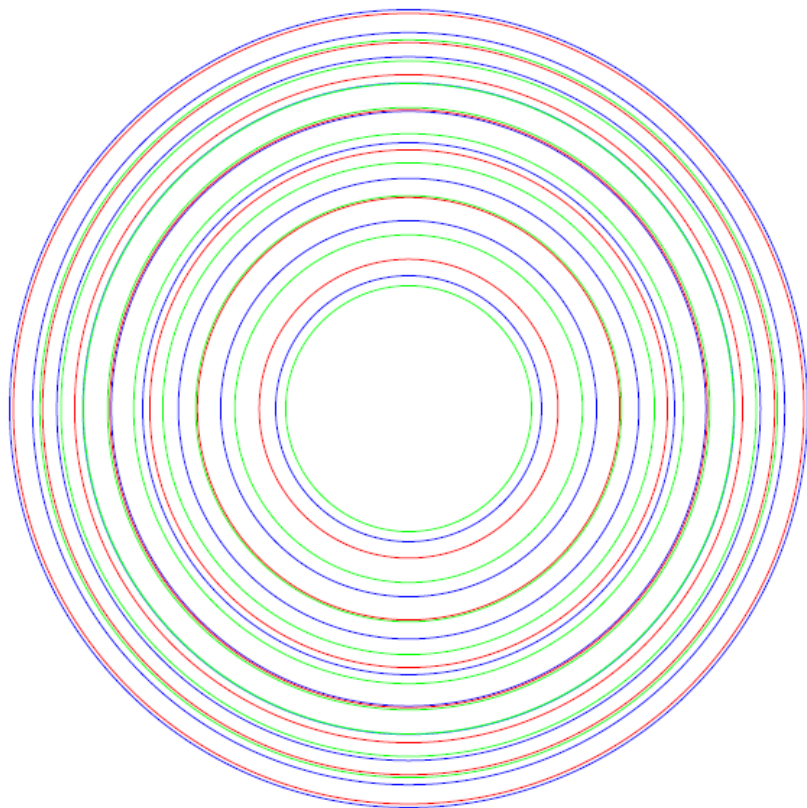
Rezonáns helyeken a reflexió minimális,
 a transzmisszió maximális!!!



félérték szélesség: $\frac{2\pi}{\mathcal{F}}$

spektrális felbontóképesség: \mathcal{F}
 (hány vonalat, azaz különböző
 frekvenciájú hullámot lehet megkülönböztetni
 két szomszédos rezonáns hely között)

Színes interferenciagyűrűk Fabry-Perot interferométerben



$L = 5 \text{ cm}$;

$\lambda_1 = 470.0 \text{ nm}$

$\lambda_2 = 550.0 \text{ nm}$

$\lambda_3 = 694.3 \text{ nm}$



(saját számolás)

Optikai vékonyrétegek

Különböző törésmutatójú dielektrikumokból készített, néhány hullámhossznyi (pontosan meghatározott) vastagságú rétegekből változatos tulajdonságú, pl. nagyon nagy vagy nagyon kis reflexiójú rendszerek alakíthatók.

Vékonyrétegek készítése: alaposan letisztított felületre, precíz vezérléssel, nagytisztaságú anyagokból a) vákuumbeli párologtatással (nagyvákuum kell) b) kémiai leválasztással akár több réteget alakítanak ki egy hordozó anyagon.

2. fejezet, 18. és 19. oldalon lévő Fresnel-formulák alapján merőleges beesésnél és mindkét polarizációra a reflexió:

$$R = |r|^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

Például az üveg ($n_2 = 1.5$) reflexiója (itt levegőre $n_1 = 1.0$) $R = 4\%$.

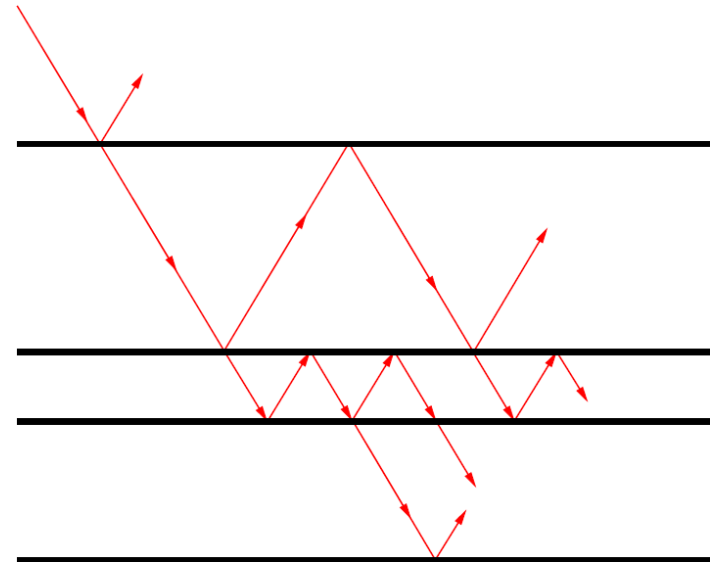
Gyémánt ($n = 2.4$), ezért a reflexiója nagy ($R = 0.17$), csiszolás után a sok kis síklap miatt több irányban is visszaver, a gyémánt csillogó lesz.

A cirkont (ZrSiO_4 , $n = 1.9$) gyakran használják gyémánt pótlására.

Ha $n_1 = n_2$, akkor a reflexió még akkor is zérus, ha a két anyag különböző. Ha például egy edényben a benzol és az alkohol arányát úgy állítják be, hogy a törésmutatója egyenlő legyen a pyrex üvegrúdéval ($n = 1.4$), akkor az üvegrúd láthatatlanná válik.

Többrétegű optikai vékonyrétegek

Alapkérdés, hogy mennyi a reflexió, illetve a transzmisszió többrétegű dielektrikum esetén. Több rétegnél a lehetséges pályák száma elbonyolítja a probléma megoldását. Sokáig, úgy gondolták, hogy néhány speciális esettől eltekintve a feladat nem oldható meg. 1937-ben Rouard jött rá, hogy a probléma a **transzfermátrix** segítségével analitikusan kezelhető.



Most az irodalomtól eltérően egy *még* egyszerűbb tárgyalását mutatjuk be a **transzfermátrix** módszernek. A módszer alkalmas elektronok egydimenziós, lépcsős potenciálban történő kvantummechanikai leírására is.

A **legegyszerűbb esetet vizsgáljuk: merőleges beesés** (ekkor a TE és TM polarizáció azonos eredményre vezet). A módszer egy feladat kapcsán megtalálható Jackson *Klasszikus elektrodinamika* c. könyvében (TypoTeX, Bdapest, 2004) a 369. oldalon (7.8 feladat, megoldás nélkül). Könnyű az eljárást általánosítani más beesési szögekre, illetve polarizációra a Fresnel-formulák segítségével (vagy direkt levezetéssel).

Transzfermátrix „ugrásra” :

$$H_L^\pm = n_1 E_L^\pm$$

$$H_R^\pm = n_2 E_R^\pm$$

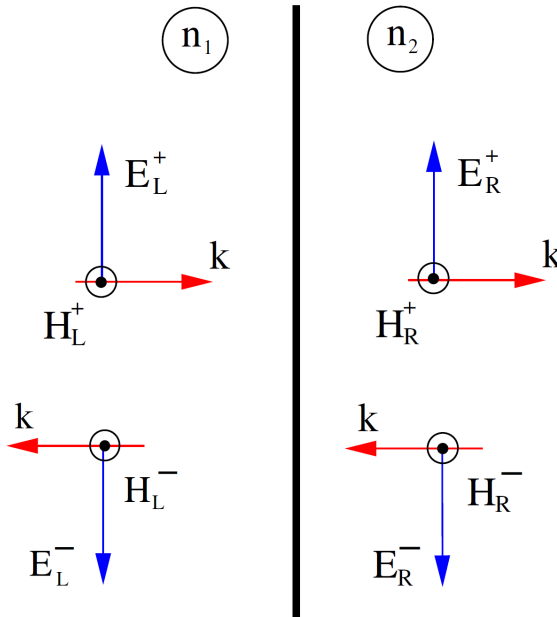
+ és - a jobbra, illetve a balra terjedő hullámot jelenti,
R és L a jobb, illetve a baloldali térfelet.

Határfeltételek:

$$E_L^+ - E_L^- = E_R^+ - E_R^-$$

$$n_1 (E_L^+ + E_L^-) = n_2 (E_R^+ + E_R^-)$$

Az E elektromos tér az ábra síkjában van
(TM módus) és merőleges beesés
(TE módusra hasonló a számolás).



$$E_R^+ = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n_1}{n_2} + 1 \right) E_L^+ + \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) E_L^- \right]$$

$$E_R^- = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) E_L^+ + \left(\frac{n_1}{n_2} + 1 \right) E_L^- \right]$$

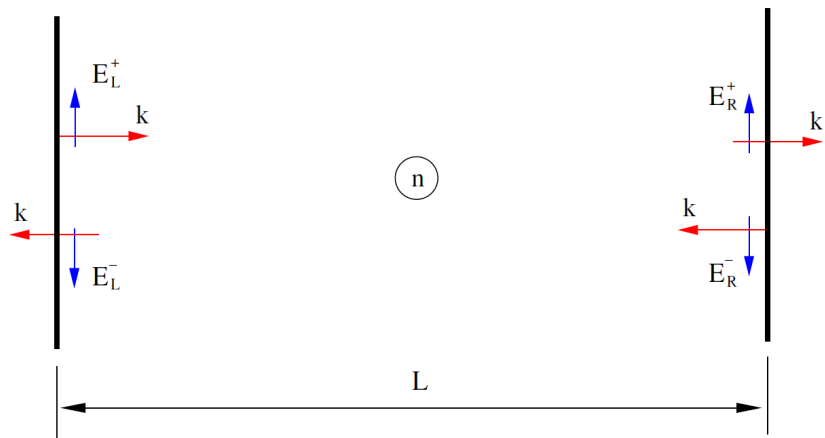
$$\begin{pmatrix} E_R^+ \\ E_R^- \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} E_L^+ \\ E_L^- \end{pmatrix}, \quad \text{ahol}$$

Transzfermátrix:

$$\mathbf{M}(n_2, n_1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{n_1}{n_2} + 1 & \frac{n_1}{n_2} - 1 \\ \frac{n_1}{n_2} - 1 & \frac{n_1}{n_2} + 1 \end{pmatrix}$$

$$\det \mathbf{M}(n_2, n_1) = \frac{n_1}{n_2}$$

Transzfermátrix szabad terjedésre:



$$E_R^+ = e^{ikL} E_L^+$$

$$E_L^- = e^{ikL} E_R^-$$

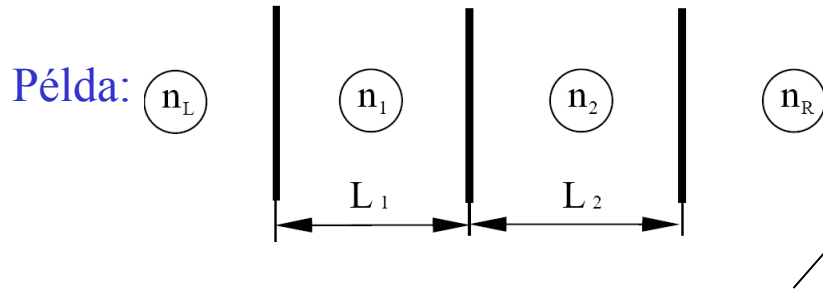
$$E_R^- = E_L^- e^{-ikL}$$

$$\begin{pmatrix} E_R^+ \\ E_R^- \end{pmatrix} = \mathbf{F} \begin{pmatrix} E_L^+ \\ E_L^- \end{pmatrix},$$



Transzfermátrix:

$$\mathbf{F}(kL) = \begin{pmatrix} e^{ikL} & 0 \\ 0 & e^{-ikL} \end{pmatrix}$$



\mathbf{M} mátrixelemei lehetnek komplex számok, és a törésmutatók is (pl. fémeknél)!

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}(n_R, n_2) \mathbf{F}(kL_2) \mathbf{M}(n_2, n_1) \mathbf{F}(kL_1) \mathbf{M}(n_1, n_L) \longrightarrow \det \mathbf{M} = \frac{n_L}{n_R}$$

fontos a mátrixok sorrendje!!!

Transzfermátrix szimmetriái:

$$\begin{aligned} M_{21}^* &= M_{12} \\ M_{22}^* &= M_{11} \end{aligned}$$

Időtüközési invarianciából

Reflexió és transzmisszió:

$$\begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix}$$

$$t = M_{11} + rM_{12}$$

$$0 = M_{21} + rM_{22}$$

$$r = -\frac{M_{21}}{M_{22}}$$

$$t = M_{11} - \frac{M_{21}}{M_{22}} M_{12} = \frac{M_{11}M_{22} - M_{21}M_{12}}{M_{22}} = \frac{\det \mathbf{M}}{M_{22}}$$

$$\begin{aligned} r &= -\frac{M_{21}}{M_{22}} \\ t &= \frac{\det \mathbf{M}}{M_{22}} \end{aligned}$$

Az energia megmaradása, Poynting –vektor (lásd 2. fejezet, 22. oldal): $|\mathbf{S}| = |\mathbf{E} \times \mathbf{H}| \sim n|E|^2$

A jobb- és baloldalon: $n_L \left(|E_L^+|^2 - |E_L^-|^2 \right) = n_R \left(|E_R^+|^2 - |E_R^-|^2 \right)$



$$\frac{n_L}{n_R} \left(|E_L^+|^2 - |E_L^-|^2 \right) = |M_{11}E_L^+ + M_{12}E_L^-|^2 - |M_{21}E_L^+ + M_{22}E_L^-|^2 = \dots = \det \mathbf{M} \left(|E_L^+|^2 - |E_L^-|^2 \right)$$



\mathbf{M} szimmetriái

$$\det \mathbf{M} = \frac{n_L}{n_R}$$

Mindig valós!

Az energia megmaradása még egyszer (reflexióval, illetve transzmisszióval):

$$n_L |E_0|^2 = n_L |r|^2 |E_0|^2 + n_R |t|^2 |E_0|^2$$

Reflexió és transzmisszió definíciója:

$$R := |r|^2 = \frac{|M_{21}|^2}{|M_{22}|^2}$$

$$T := \frac{n_R}{n_L} |t|^2 = \frac{n_R}{n_L} \frac{(\det \mathbf{M})^2}{|M_{22}|^2}$$

ekkor \longrightarrow

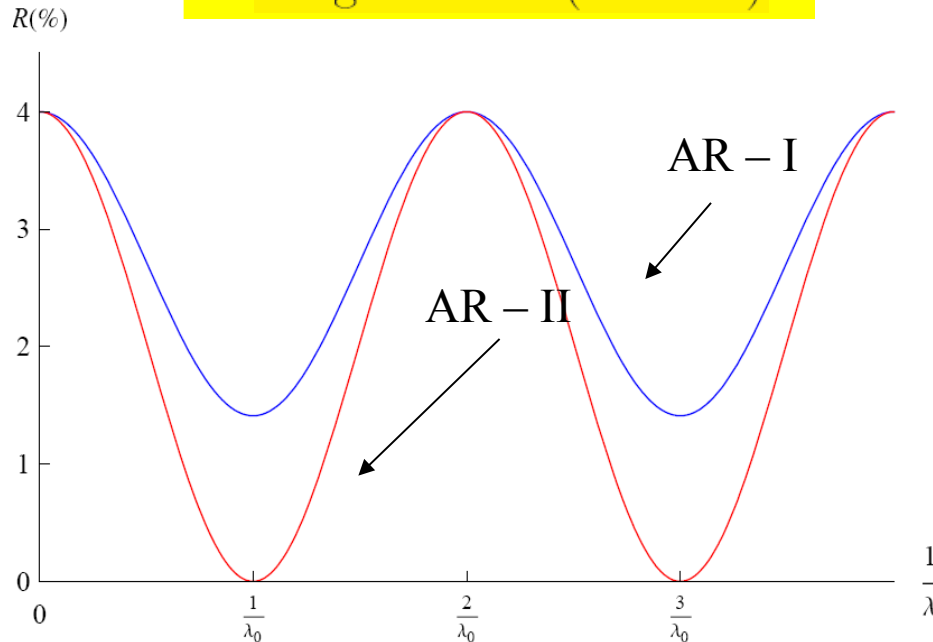
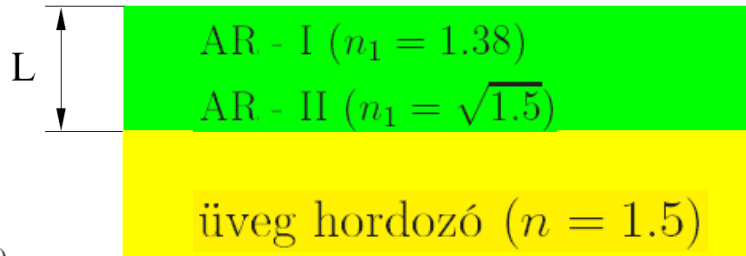
$$R + T = 1$$

Bizonyítás: $R + T = \frac{M_{21}M_{21}^*}{M_{22}M_{22}^*} + \frac{n_R}{n_L} \frac{(\det \mathbf{M})^2}{M_{22}M_{22}^*} = \frac{M_{12}M_{21}}{M_{11}M_{22}} + \frac{n_R}{n_L} \frac{\det \mathbf{M}}{M_{11}M_{22}} = \dots = 1$

Példák: tükrözésgátló rétegek

a) hordozón egy vékony réteg (AR: antireflection)

levegő ($n_0=1$)



könnyű belátni (pl. egyszerű Maple vagy Mathematica programmal):

$$r = \frac{-i (n - n_0) n_1 \cos[kL] + (n n_0 - n_1^2) \sin[kL]}{i (n + n_0) n_1 \cos[kL] + (n n_0 + n_1^2) \sin[kL]}$$

$$\text{Ha } kL = \pi/2$$



$$\text{optikai vastagság: } nL = \lambda/4$$

$$\lambda/4 \text{ lemezek}$$



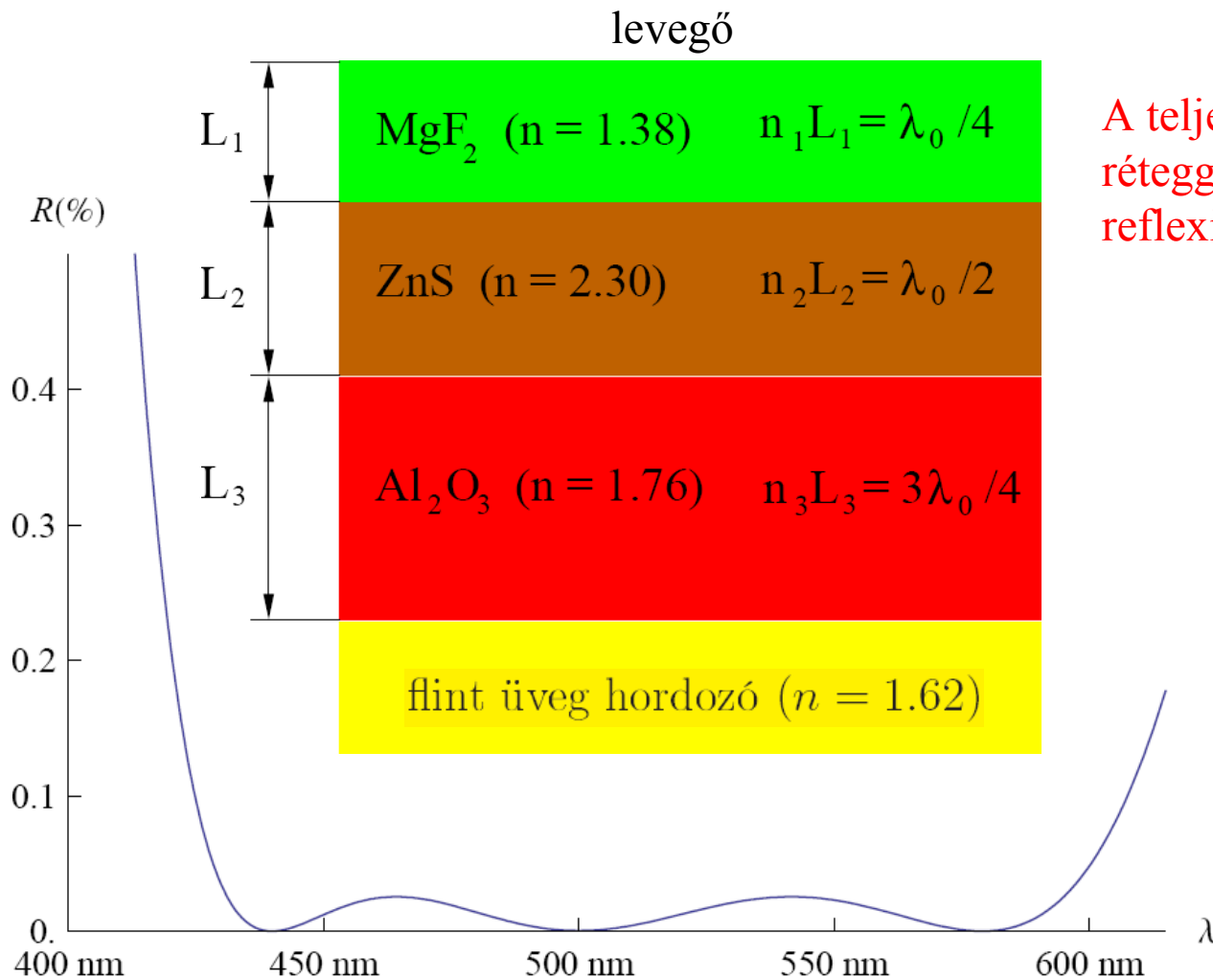
$$r = \frac{n n_0 - n_1^2}{n n_0 + n_1^2}$$

$$\text{és ha } n_1 = \sqrt{n_0 n}, \text{ akkor } R = |r|^2 = 0$$

A látható spektrumban csak **egy hullámhosszon** lehet így tökéletes reflexiómentes bevonatot csinálni!

(saját számolás)

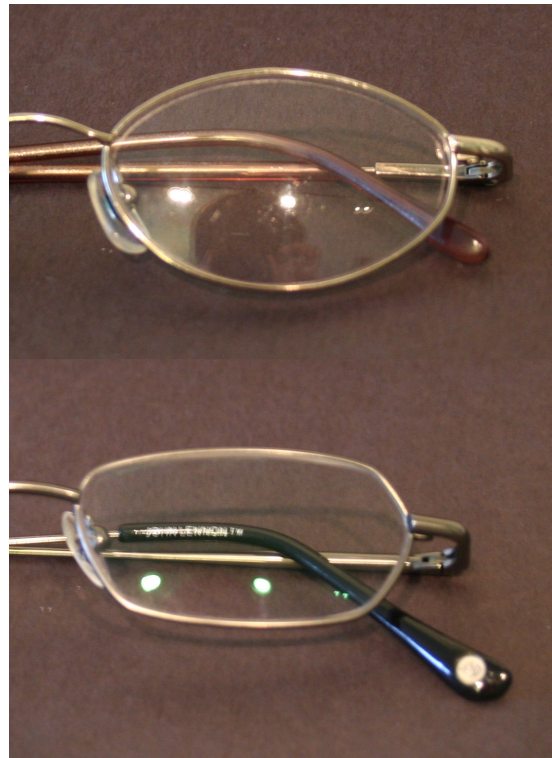
b) hordozón 3 réteg (Turner tervezte):



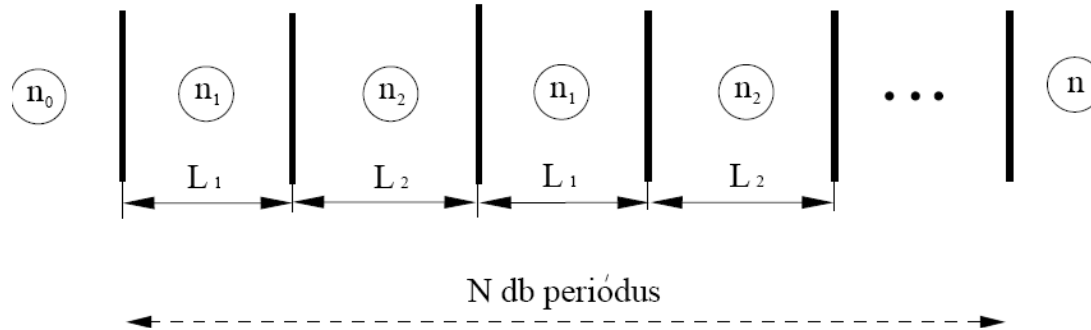
A teljes látható spektrumban három réteggel szinte teljesen tökéletes reflexiómentes bevonat készíthető!

(saját számolás)

A felső szemüvegen nincs reflexiómentes bevonat, míg az alsón van.
Jól látható, hogy az alsó szemüvegnek jobb az átteresztőképessége, jobban, tisztábban látható a szemüveg alatt lévő szemüveg egyéb része, és megfigyelő arca sem látszik.



c) Nagy reflexiójú rétegek, tökéletes tükrök
(pl. Fabry-Perot-interferométerben használják):



Legyen $n_1 < n_2$

Ha mindegyik lemez $\lambda/4$ -es, azaz minden lemezre $kL = \pi/2$, akkor a fenti transzfermátrix-módszerrel könnyen belátható:

$$R(N) = \left(\frac{n_0 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{2N} - n}{n_0 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{2N} + n} \right)^2 \rightarrow 1, \text{ ha } N \rightarrow \infty$$

Ha $n_0 \stackrel{\circ}{=} 1, n_1 \stackrel{\circ}{=} 1.38, n_2 \stackrel{\circ}{=} 2.30, n \stackrel{\circ}{=} 1.5$

$N \stackrel{\circ}{=} 4 \sim \text{re } R/4 \stackrel{\circ}{=} 0.956197$

$N \stackrel{\circ}{=} 8 \sim \text{re } R/8 \stackrel{\circ}{=} 0.999248$

Jelenleg $R = 0.999$ reflexió érhető el a gyakorlatban! Ez ideális tükrök!

Dielektrikum-tükrök



Interferometriai rádió teleszkópok

