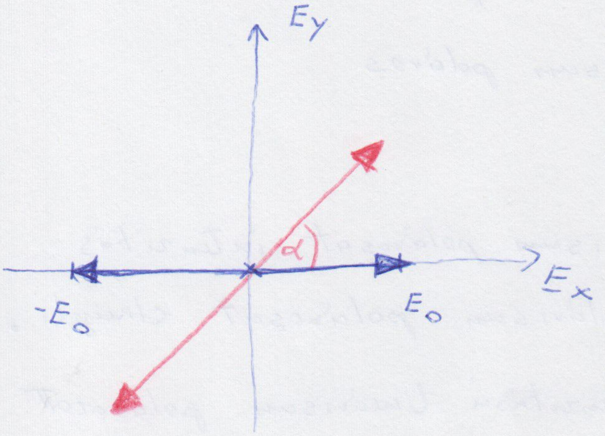
Polarizáció

Jones-vektor

z irányba terjedő EM hullám

$\underline{E}$ csak x és y komponense van $\Rightarrow$ 2D vektor

Vizsgáljuk egy adott z pozícióban az $\underline{E}(t)$ teret



x irányban lineárisan polározott

$$\underline{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos(\varphi-\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} E_0\, e^{i(\varphi-\omega t)} \\ 0 \end{pmatrix} =$$

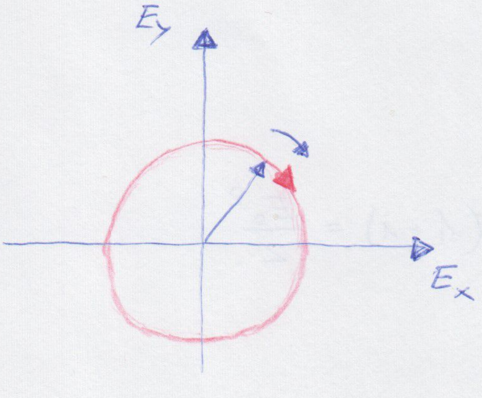
$$e^{i(\varphi-\omega t)} \begin{pmatrix} E_0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} E_0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

fázis nem érdekel minket

Lineárisan polározott

$$\underline{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos\alpha \cos(\varphi-\omega t) \\ E_0 \sin\alpha \cos(\varphi-\omega t) \end{pmatrix} \Rightarrow e^{i(\varphi-\omega t)} E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \Rightarrow \cancel{E_0} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

Cirkulárisan polározott



$$\frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos(\varphi-\omega t) \\ \sin(\varphi-\omega t) \end{pmatrix} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos(\varphi-\omega t) \\ \cos(\varphi-\omega t-\frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i(\varphi-\omega t)} \\ e^{i(\varphi-\omega t-\frac{\pi}{2})} \end{pmatrix} = e^{i(\varphi-\omega t)} \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{E_0} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}}_{\text{egyre normált vektor}}$$

$$\cancel{E_0} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

Általánosan

$$\underline{A} = \cancel{e^{i\varphi_1}} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{valós} \\ \text{képzetes} \end{matrix}$$

a) $\varphi = 0$ lineárisan poláros

b) $a_x = a_y$ $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ cirkulárisan poláros

c) $a_x = a_y$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$ cirkulárisan poláros

d) más eset $\Rightarrow$ elliptikusan poláros

$\boxed{1}$ Optikai berendezés jobbra cirkulárisan polárosat intenzitás veszteség nélkül átengedi, balra cirkulárisan polárosat elnyeli. Mi történik, ha x irányú, I_0 intenzitású lineárisan polározott fényt küldünk be?

$$\underline{A}_{be} = \begin{pmatrix} E_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} \left[\underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}}_{\substack{\Downarrow \\ \text{elnyeli}}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}}_{\substack{\Downarrow \\ \text{átengedi}}} \right] \Rightarrow \underbrace{\frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \underline{A}_{ki}}_{\text{jobbra cirkulárisan poláros}}$$

kifejtem cirkulárisan poláros bázison

intenzitás

$$I_0 \sim \underline{A}_{be} \underline{A}_{be}^* = E_0^2$$

$$I_{ki} \sim \underline{A}_{ki} \underline{A}_{ki}^* = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \cdot \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{E_0^2}{4} (1 + 1) = \frac{E_0^2}{2}$$

$$I_{ki} = \frac{I_0}{2}$$

Polárszűrő

x irányú polárszűrő
$$\begin{pmatrix} A_x \\ \emptyset \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$$

α irányú polárszűrő

$$\underline{e} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{P}} = \underline{e} \circ \underline{e} = \begin{pmatrix} \cos^2\alpha & \cos\alpha \sin\alpha \\ \cos\alpha \sin\alpha & \sin^2\alpha \end{pmatrix}$$

Jones-mátrix

$$\underline{A}_{vég} = \underline{\underline{J}}\, \underline{A}_{kezdeti}$$

$$\underline{\underline{J}}_{utolsó}\, \underline{\underline{J}}_{középső}\, \underline{\underline{J}}_{első}$$

2×2 mátrixok szorzása
sorrend!

$\boxed{2}$ Polarizálatlan fénnyel megvilágítunk egy polárszűrőt. A bejövő intenzitás mekkora része jut át?

Legyen x irányú polárszűrő!

$$\begin{pmatrix} A_x \\ \emptyset \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$$

Bejövő „pillanatnyi" intenzitás $\sim |A_x|^2 + |A_y|^2$

Kijövő „pillanatnyi" intenzitás $\sim |A_x|^2$

Átlagolva hosszabb időkre

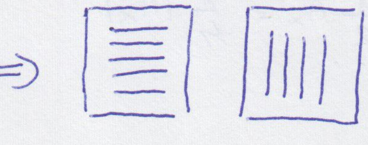
bejövő intenzitás $\langle |A_x|^2 \rangle + \langle |A_y|^2 \rangle = 2 \langle |A_x|^2 \rangle$

x és y irány ekvivalens

kimenő intenzitás $\langle |A_x|^2 \rangle$

A bejövő fény intenzitásának fele jut át.

$\boxed{3}$ Keresztezett állású polarizátorok



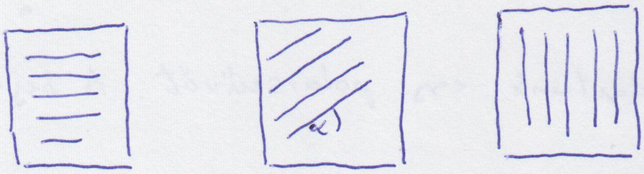
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$ nem jut át fény

$$(\underline{e}_y \circ \underline{e}_y)(\underline{e}_x \circ \underline{e}_x) = \underline{e}_y \circ \underline{e}_x \cdot \underbrace{(\underline{e}_y\, \underline{e}_x)}_{\emptyset}$$

$\emptyset$ merőlegesek egymásra

$\boxed{5}$ Keresztezett polárszűrők közé hogyan kell egy harmadikat tenni úgy, hogy az átmenő intenzitás a legnagyobb legyen?

Hogyan válasszuk a bejövő polarizációt, hogy a transzmisszió maximális legyen?



$$\underline{\underline{J}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha \\ \sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2\alpha & 0 \\ \cos\alpha\sin\alpha & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \cos\alpha\sin\alpha & 0 \end{pmatrix}$$

Mit csinál a Jones-mátrix a bejövő fénnyel

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \cos\alpha\sin\alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \emptyset \\ \cos\alpha\,\sin\alpha\, A_x \end{pmatrix}$$

y irányba lineárisan polarizált

Maximális, ha $\cos\alpha\,\sin\alpha$ maximális.

$$\cos\alpha\,\sin\alpha = \frac{1}{2}\sin(2\alpha)$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{2} \qquad \alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ \qquad \frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$$

Bejövő intenzitás

$$|A_x|^2 + |A_y|^2$$

Kimenő intenzitás

$$\frac{1}{2}A_x \cdot \frac{1}{2}A_x^* = \frac{1}{4}|A_x|^2$$

$$\frac{I_{ki}}{I_{be}} = \frac{1}{4}\frac{|A_x|^2}{|A_x|^2+|A_y|^2} \Rightarrow \frac{I_{ki}}{I_{be}} = \frac{1}{4}$$

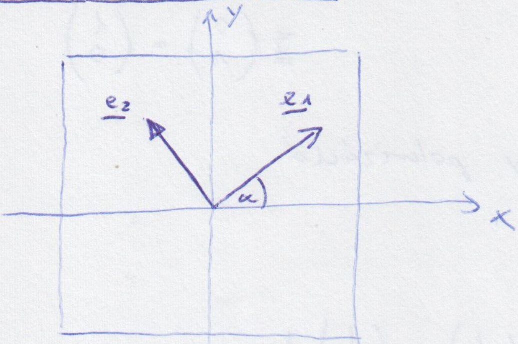
$\Uparrow$

maximális, ha $A_y = 0$

$$\underline{A}_{ki} = \underline{e}_y\,(\underline{e}_y\,\underline{e}_\alpha)(\underline{e}_\alpha\,\underline{e}_x)(\underline{e}_x\,\underline{A}_{be})$$

Mi történik, ha polarizálatlan fénnyel világítjuk meg?

„Kettőstörő” anyagok



$\underline{e}_1$ irányba polarizott n_1 törésmutató

$\underline{e}_2$ irányba polarizott n_2 törésmutató

$$\underline{e}_1 = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \qquad \underline{e}_2 = \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{J}} = e^{il_1}(\underline{e}_1 \circ \underline{e}_1) + e^{il_2}(\underline{e}_2 \circ \underline{e}_2)$$

$$l_1 = n_1 k d \qquad\qquad n_2 k d$$

(A) $\frac{\lambda}{2}$-es $\qquad l_2 = l_1 + \pi \qquad \frac{\lambda}{2}$-es lemez

$$\underline{\underline{J}} = e^{il_1}\left(\underline{e}_1 \circ \underline{e}_1 + e^{i\pi}\, \underline{e}_2 \circ \underline{e}_2 \right)$$

$$\begin{pmatrix} \cos^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha \\ \cos\alpha\sin\alpha & \sin^2\alpha \end{pmatrix} \Rightarrow - \begin{pmatrix} \sin^2\alpha & -\sin\alpha\cos\alpha \\ -\sin\alpha\cos\alpha & \cos^2\alpha \end{pmatrix}$$

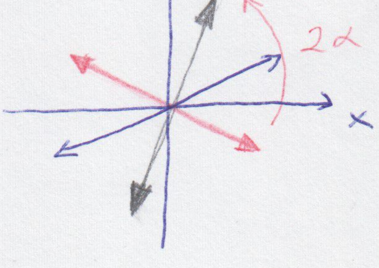
$$\underline{\underline{J}} = \begin{pmatrix} \cos(2\alpha) & \sin(2\alpha) \\ \sin(2\alpha) & -\cos(2\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\alpha) & -\sin(2\alpha) \\ \sin(2\alpha) & \cos(2\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{J}} = \underline{\underline{O}}(2\alpha)\, \underline{\underline{I}}_x$$

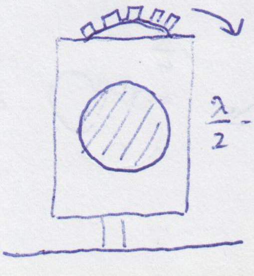
forgatás $\quad$ tükrözés x tengelyre

$\boxed{5}$ Mi történik, ha lineárisan vagy cirkulárisan polarizott fény útjába $\frac{\lambda}{2}$-es lemezt rakunk?

Lineáris polaros



Optika kísérletekben tényleg így csavarják a polarizációt



0,1° alatt hangolható

$\frac{\lambda}{2}$-es lemez (frekvenciára kalibrálva) pl.: $\alpha = 45°$

$$\underline{\underline{J}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{J}}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{J}}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

x polarizáció $\Rightarrow$ y polarizáció

$\Leftarrow$

Cirkuláris poláros

$$\underline{\underline{I}}_x \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{I}}_x \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\underline{\underline{O}}(2\alpha)\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \cos 2\alpha - i\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha + i\cos 2\alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{-2i\alpha} \\ i\, e^{-2i\alpha} \end{pmatrix} = \cancel{e^{-2i\alpha}}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

csak fázist tolta el

$\frac{\lambda}{2}$-es lemez a cirkulárisan poláros fényt megfordítja

(B) $\frac{\lambda}{4}$-es lemez $\qquad \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{2}$

$\alpha = 0 \qquad \underline{\underline{J}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$

x polarizáció $\Rightarrow$ x polarizáció

y polarizáció $\Rightarrow$ y polarizáció

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\xRightarrow{\lambda/4} \qquad \xRightarrow{\lambda/4} \qquad \xRightarrow{\lambda/4} \qquad \xRightarrow{\lambda/4}$

$\alpha \neq 0$

$$\underline{\underline{O}}(\alpha) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \underline{\underline{O}}(-\alpha)$$

α-val hangolható, melyik lineárisan polárosat viszi el cirkuláris polárosba.

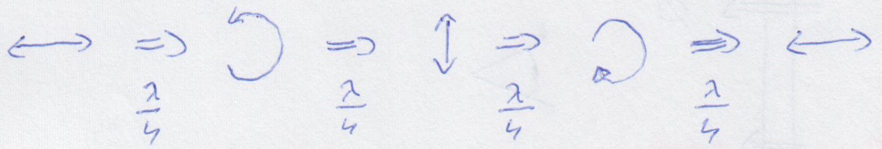
$\alpha = 45°$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{pmatrix}$$

mit csinál lineárisan x-poláros fénnyel

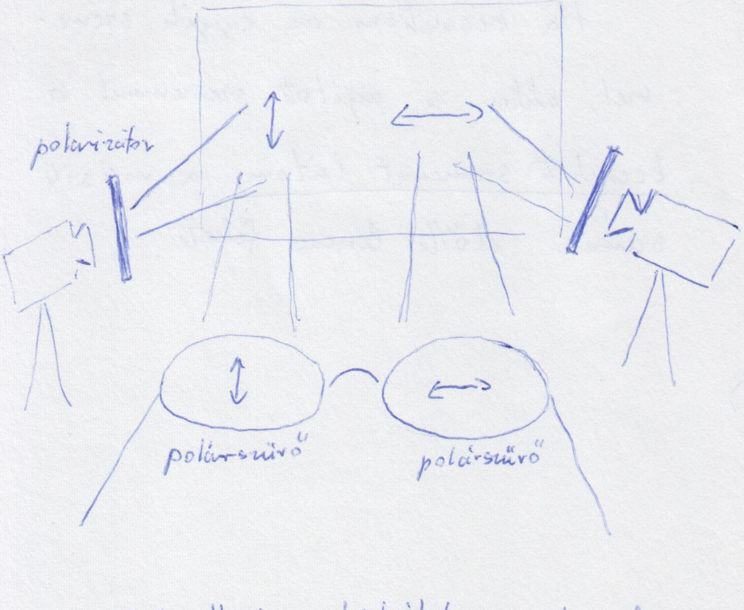
$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i \\ 1+i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{4}} \\ e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} =$$

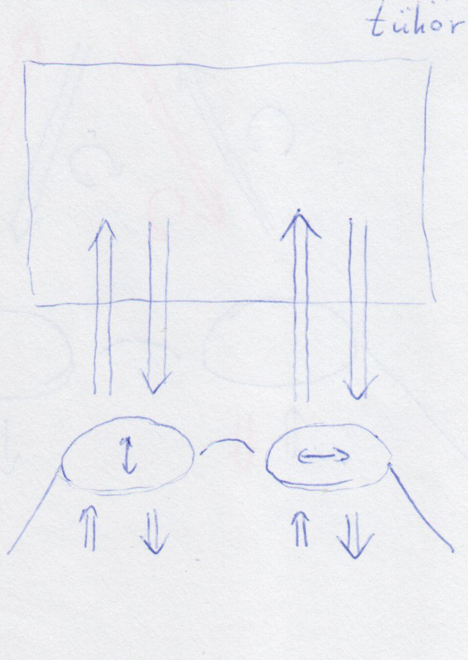
$$e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$



$\boxed{6}$ Hogyan lehet megkülönböztetni egy tükör segítségével, hogy lineáris vagy cirkulárisan poláros fényt használó mozi 3D szemüvegét tartjuk a kezünkben?

Lineárisan poláros fényt használó mozi:

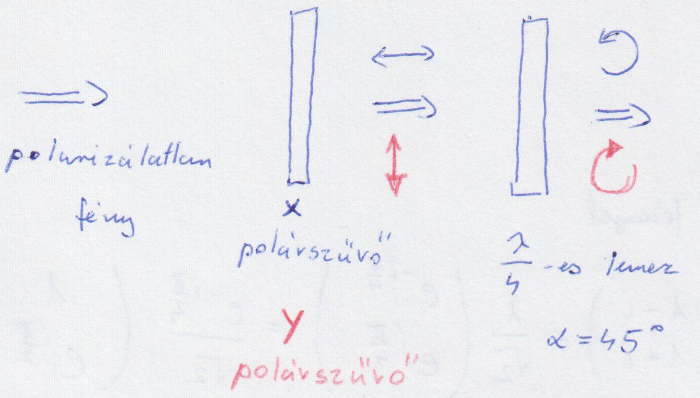




3D élmény tökéletes, amíg el nem fordítod a fejed

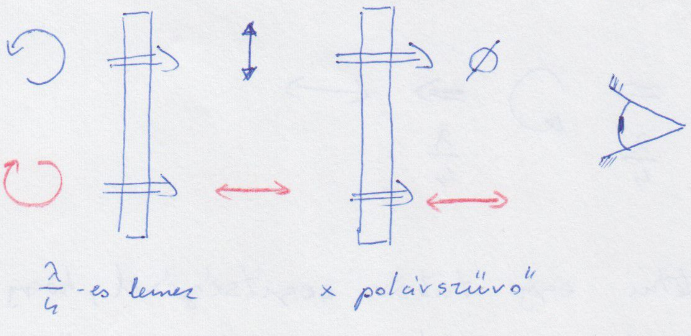
Ha becsukom az egyik szememet, akkor a nyitott szememmel a <u>nyitott szememet látom</u>, a másik szemem előtti lencse fekete.

<u>Cirkulárisan poláros fényt használó mozi</u>

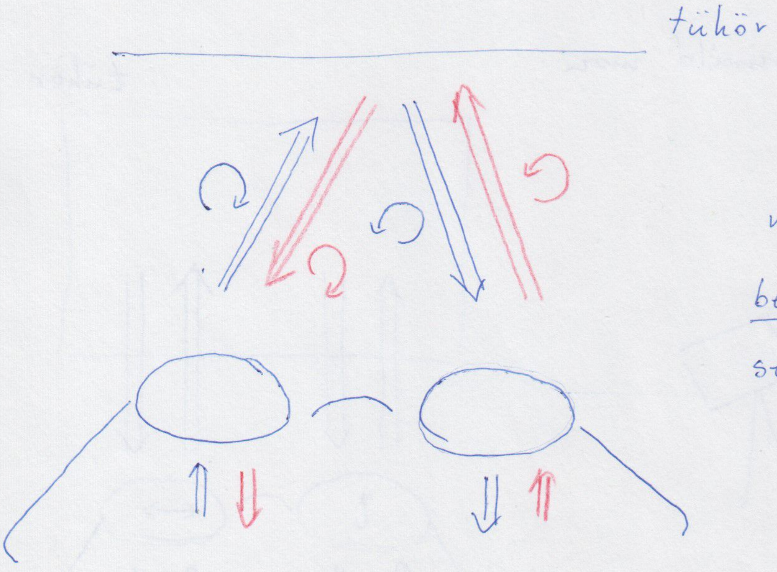


így állítják elő a vásznat megvilágító cirkulárisan poláros fényt

Ugyanezt a konstrukciót használják a szemüvegben



Szemüveggel a tükör előtt



Ha becsukom az egyik szememet, akkor a nyitott szememmel a <u>becsukott szememet látom</u>, a másik szemem előtti lencse fekete.