Bevezetés a modern optikába

II. BSc fizikus hallgatóknak

Gyakorlat

Optikai kvantumbit építése

Koltai János, Cserti József, ELTE, 2022, kurzus honlapja: http://cserti.web.elte.hu/optika.php

Készítsünk kvantumszámítógépet!

Kvantumbit foton polarizációs alapon
avagy a Jones-mátrixok munkára fogása

Klasszikus bit, 0 vagy 1

- áramkörök, drótok és kapuk (tranzisztorok)
- determinisztikus logikai műveletek
- 1 bites művelet: NOT
- 2 bites műveletek: OR, AND, …
- bitműveletek irreverzibilisek

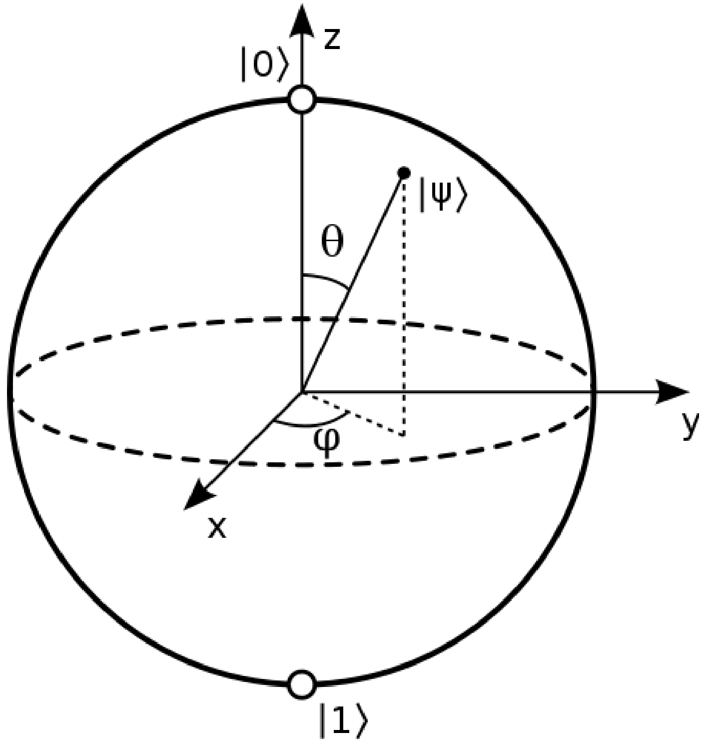
INPUT		OUTPUT
A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

INPUT		OUTPUT
A	B	A NAND B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

INPUT		OUTPUT
A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Kvantumbit, 0 és 1

- $|\,\Psi\,\rangle = \alpha\,|\,0\,\rangle + \beta\,|\,1\,\rangle$ a kvantumbit egy lehetséges állapota,
- kétállapotú rendszer, $|\,0\,\rangle, |\,1\,\rangle$ bázisállapotok,
- $|\,0\,\rangle \equiv \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, |\,1\,\rangle \equiv \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, |\,\Psi\,\rangle \equiv \begin{pmatrix}\alpha\\\beta\end{pmatrix}$
- α, β komplex amplitúdók ($|\,\alpha\,|^2 + |\,\beta\,|^2 = 1$)
- átírható három szög segítségével $(\gamma, \theta, \varphi)$:
  $\Psi = e^{i\gamma}(\cos\frac{\theta}{2}\,|\,0\,\rangle + \sin\frac{\theta}{2}\,e^{i\varphi}\,|\,1\,\rangle)$
- Bloch-gömb egy pontja reprezentálja a kvantumbit állapotát



Kvantumbit dinamika, kiolvasás

- Időfejlődés: $H(t)$ a kétállapotú rendszer 2x2-es Hamilton-mátrixa
  $U(t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H \cdot t\right)$ unitér mátrix fejleszti az állapotot:
  $$\Psi(t) = U(t)\Psi(0)$$
  (reverzibilitás).
- kiolvasás / mérés:
  $P_0 = \mid \alpha \mid^2$ valószínűséggel $\mid 0 \rangle$ állapot,
  $P_1 = \mid \beta \mid^2$ valószínűséggel $\mid 1 \rangle$ állapot,
  és a mérés eredményének megfelelő állapotban marad
  (irreverzibilitás).

Egy kvantumbites műveletek

- q-NOT:

$$|\,\Psi\,\rangle = \alpha\,|\,0\,\rangle + \beta\,|\,1\,\rangle \rightarrow |\,\Psi'\,\rangle = \alpha\,|\,1\,\rangle + \beta\,|\,0\,\rangle$$

- Mátrix jelölésben: $\Psi' = X\Psi$

$$\Psi = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \rightarrow \Psi' = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- További lehetőségek is vannak:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \ldots$$

- *Kérdés: melyik mit csinál a Bloch-gömbön?*

Kvantumbitek fizikai megvalósítása

Physical support	Name	Information support	$\|0\rangle$	$\|1\rangle$
Photon	Polarization encoding	Polarization of light	Horizontal	Vertical
	Number of photons	Fock state	Vacuum	Single photon state
	Time-bin encoding	Time of arrival	Early	Late
Coherent state of light	Squeezed light	Quadrature	Amplitude-squeezed state	Phase-squeezed state
Electrons	Electronic spin	Spin	Up	Down
	Electron number	Charge	No electron	One electron
Nucleus	Nuclear spin addressed through NMR	Spin	Up	Down
Optical lattices	Atomic spin	Spin	Up	Down
Josephson junction	Superconducting charge qubit	Charge	Uncharged superconducting island (Q=0)	Charged superconducting island (Q=2e, one extra Cooper pair)
	Superconducting flux qubit	Current	Clockwise current	Counterclockwise current
	Superconducting phase qubit	Energy	Ground state	First excited state
Singly charged quantum dot pair	Electron localization	Charge	Electron on left dot	Electron on right dot
Quantum dot	Dot spin	Spin	Down	Up
Gapped topological system	Non-abelian anyons	Braiding of Excitations	Depends on specific topological system	Depends on specific topological system
van der Waals heterostructure[8]	Electron localization	Charge	Electron on bottom sheet	Electron on top sheet

- Tetszőleges kétállapotú rendszer (világtól szeparálható, de kiolvasható állapot …)

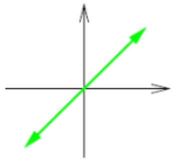
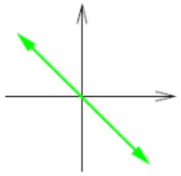
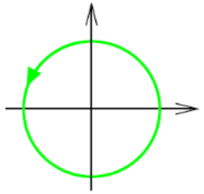
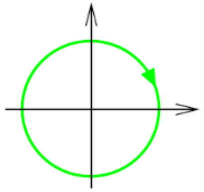
A foton polarizációja, mint két állapot

- Két ortogonális állapot kell:
  például

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ és } |H\rangle \rightarrow |0\rangle \text{ illetve } |H\rangle \rightarrow |1\rangle.$$

- más választás is lehetséges:

$$|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ vagy } |L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, |R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

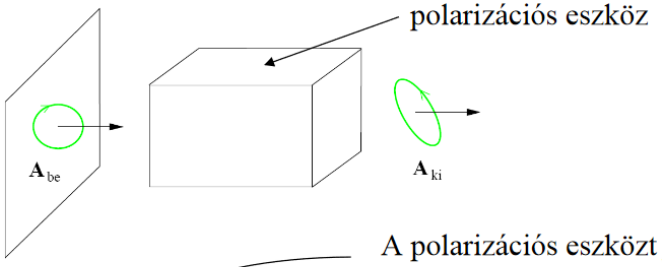





Jones-mátrixok emlékeztető

Polarizációs eszközök mátrixos leírása

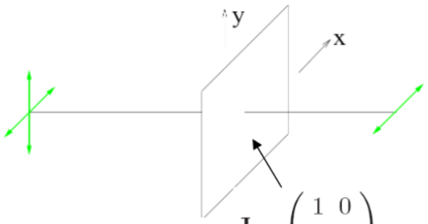
Jones-mátrix

(a fizikai alapját lásd később)



$$\boxed{\mathbf{A}_{\mathrm{ki}} = \mathbf{J}\mathbf{A}_{\mathrm{be}}}$$

A polarizációs eszközt jellemző Jones-mátrix, ami a be- és a kimenet polarizációs állapotát leíró Jones-vektorokat köti össze.



$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Késleltetők

$$\boxed{\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\gamma} \end{pmatrix}}$$

a) $\lambda/4$ lemez: $\gamma = -\dfrac{\pi}{2}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

b) $\lambda/2$ lemez: $\gamma = -\pi$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

Polarizációs forgatók

$$\boxed{\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & \cos\gamma \end{pmatrix}}$$

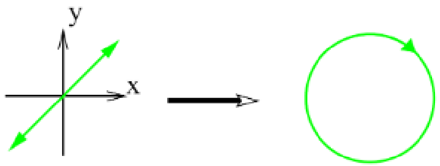
http://cserti.web.elte.hu/okt/MO-05_CsJ.pdf#page=6

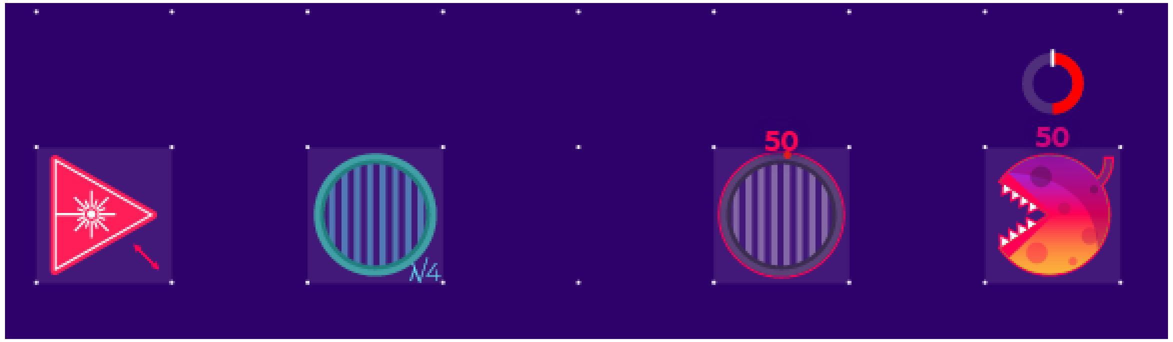
A Virtuallab bemutatása 1

- Cirkuláris polarizáció előállítása

$\lambda/4$ lemez: $\gamma = -\frac{\pi}{2}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$





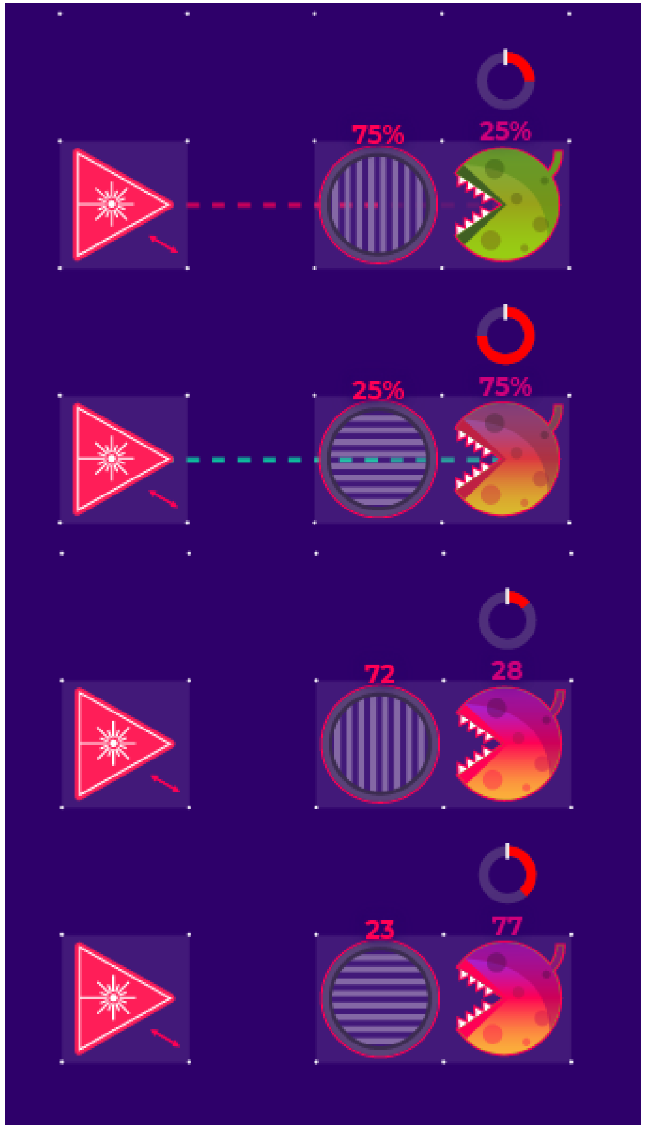
https://lab.quantumflytrap.com/lab

A Virtuallab bemutatása 2

- „Mérés” projektálás a $|\,0\,\rangle, |\,1\,\rangle$ állapotokra
- a megfelelő polárszűrő projektál

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$

- a detektor intenzitást mér, ami az amplitúdó abszolútérték négyzete
- fotonos üzemmódban, beütésszám van, statisztikát nézünk



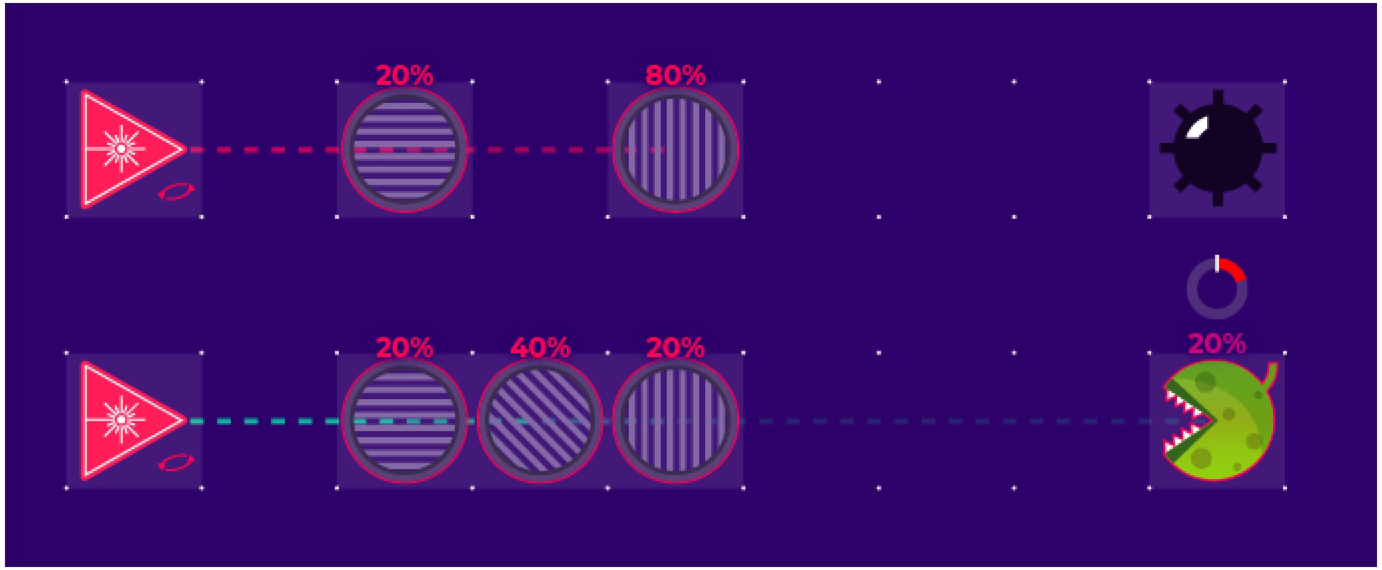
Kérdés: mi történik, ha másik bázist választunk a méréshez?

A Virtuallab bemutatása 3

- Három polárszűrő:

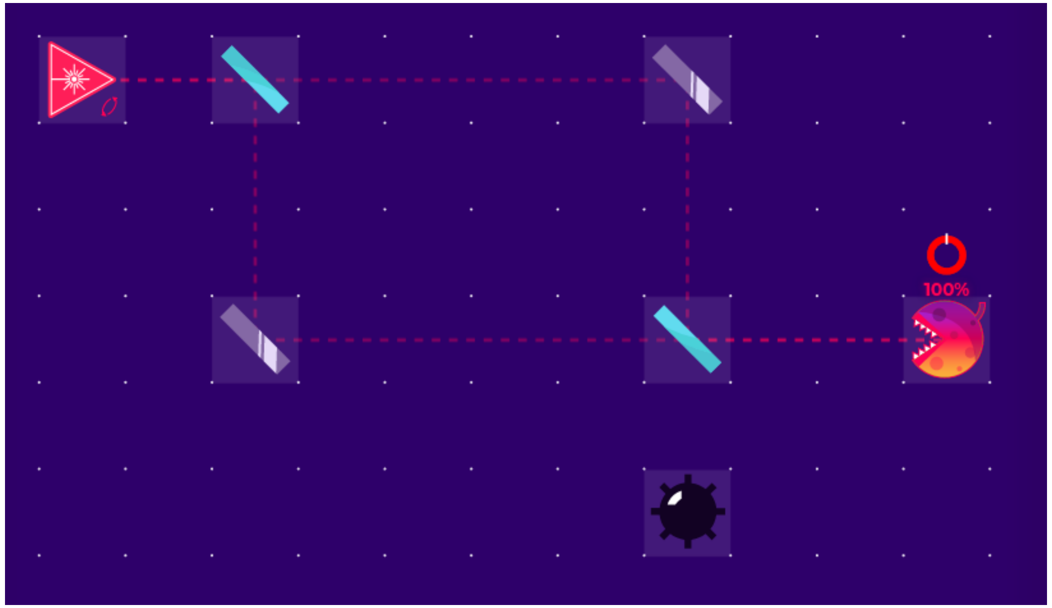
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

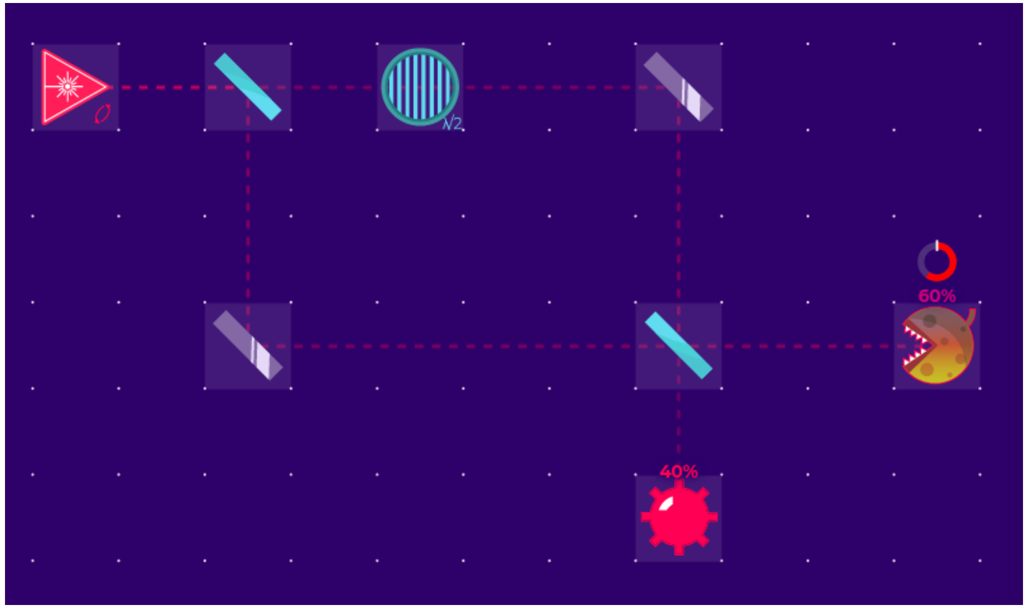
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$



https://lab.quantumflytrap.com/lab

Mach-Zehnder-interferométer





- Destruktív interferencia, a bomba nem robban fel

http://cserti.web.elte.hu/okt/MO-04_CsJ.pdf#page=12

- fázisérzékeny, a bomba felrobban, ha a két ágban más fázist szed össze

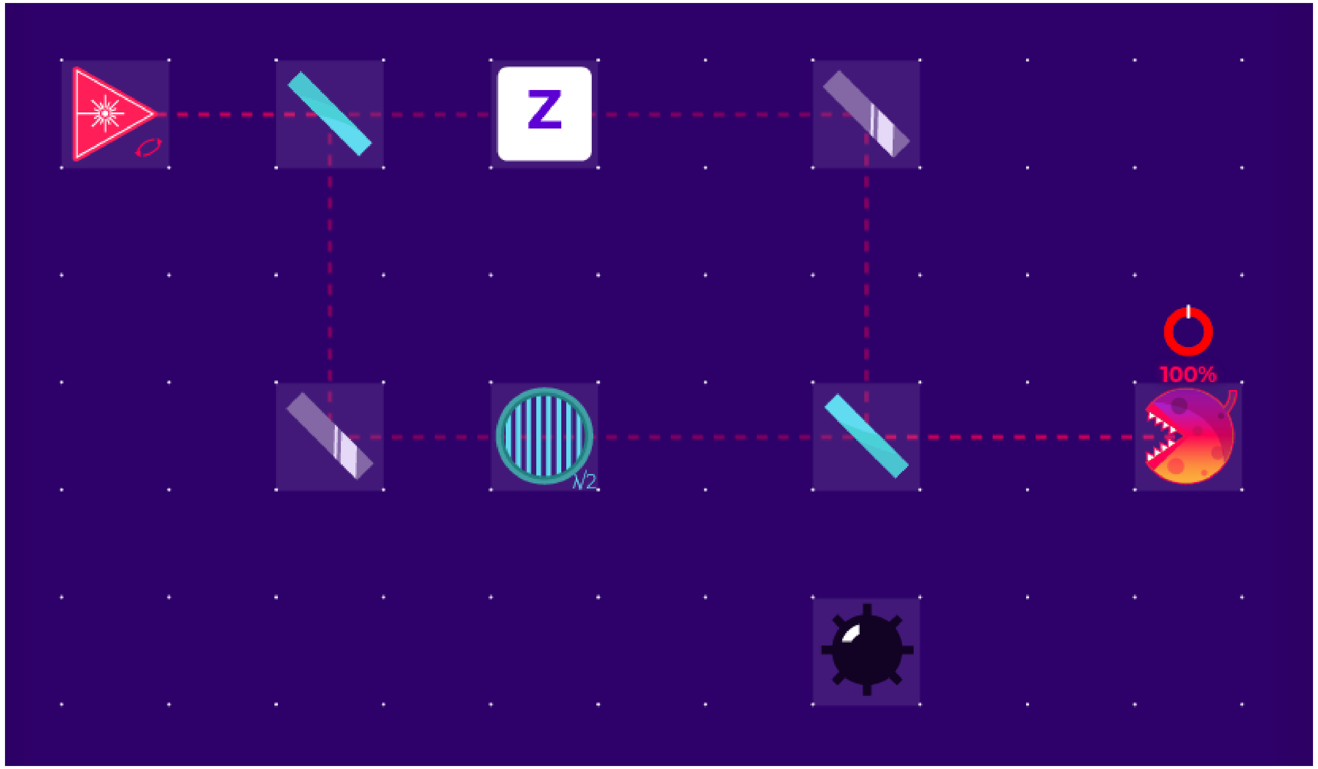
A Z-kapu megvalósítása

A $Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ kapu

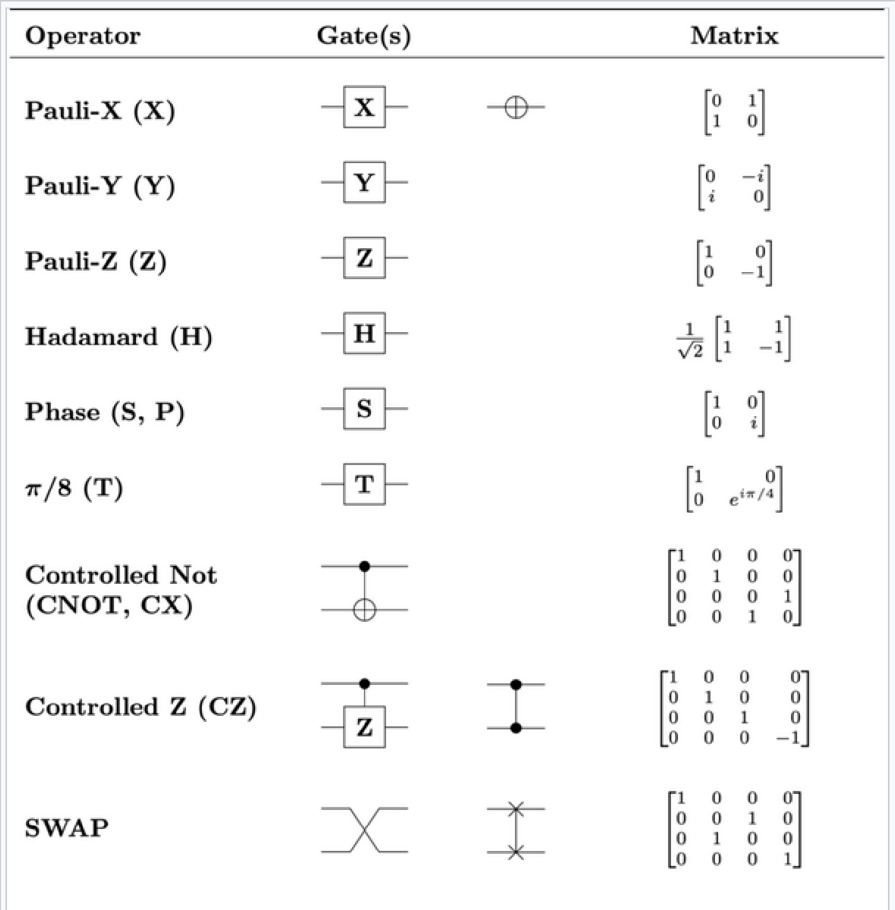
b) λ/2 lemez: $\gamma = -\pi$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$



Csoportmunka (*X*, *H*, *Y*, … kapuk)

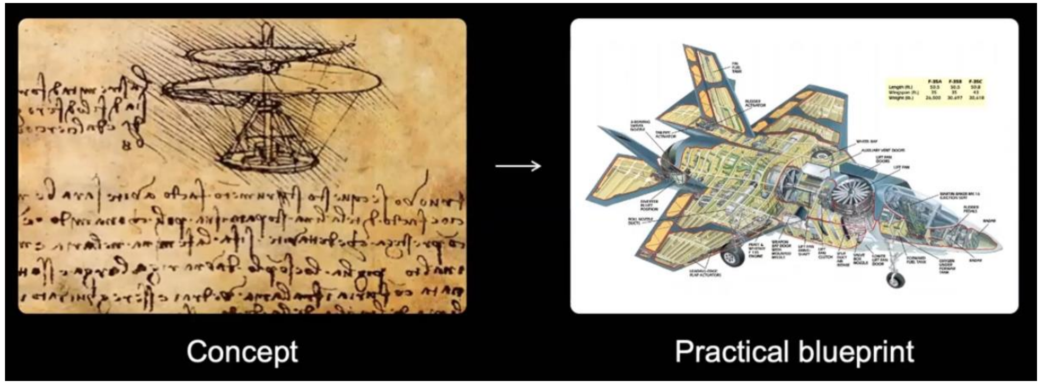


Operator	Gate(s)	Matrix
Pauli-X (X)	X	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Pauli-Y (Y)	Y	$\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$
Pauli-Z (Z)	Z	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Hadamard (H)	H	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
Phase (S, P)	S	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$
$\pi/8$ (T)	T	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{bmatrix}$
Controlled Not (CNOT, CX)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
Controlled Z (CZ)	Z	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
SWAP		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Állítsuk össze az optikai padon az egy kvantumbites kapukat!
- Tervezéshez használhatjuk a jupyter notebookot (a definiciók már benne vannak).
- Tesztelést Mach-Zehnder interferométerben végezzük (a bomba semmilyen bemenő polarizáció esetén nem robbanhat fel!)

Hogyan tovább?

- Fotonok kevéssé hatnak kölcsön, több kvantumbit így nehézkes
- Nem-lineáris optika, fotonikus chip
- Kvantumkommunikáció, kvantumkriptográfia, kvantumteleportálás …
- https://psiquantum.com (fixed photon number encoding)
  https://youtu.be/WQRmSOKgMPA



További információk:

- Ismerd meg a Kvantuminformatikai Nemzeti Laboratóriumot!
  ELTE-TTK koordinátor: Vattay Gábor, Wigner-es koordinátor: Domokos Péter
  Keresheted: Cserti Józsit, Koltai Jánost, Oroszlány Lászlót, Rakyta Pétert, Széchenyi Gábort.
- Videók:
  Atomcsill, 184. Kvantumszámítógépek — elméletben és gyakorlatban (2018.04.26.)
  Atomcsill, 197. Kvantumszámítógép — a munkára fogott kvantummechanika (2019.04.25.)
  Atomcsill, 213. Így védd meg a kvantumbitjeidet! A topologikus kvantumszámítógép (2020.11.12.)
  Atomcsill, 234. Fénnyel szőtt számítások: optikával működő (kvantum)számítógépek (2022.02.24.)
- Eszköz: quED, Entanglement Demonstrator
  www.qutools.com
- Quix Quantum, Photonic processor
  www.quixquantum.com/
- QHungary facebook csoport
  www.facebook.com/groups/quantumhungary

Köszönetnyilvánítás

- A kutatást az Innovációs és Technológiai Minisztérium és a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal támogatta a Kvantuminformatika Nemzeti Laboratórium keretében.
- A „**Kvantumbitek előállítása, megosztása és kvantuminformációs hálózatok fejlesztése**”, 2017-1.2.1-NKP-2017-00001. számú projekt a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból biztosított támogatással, a "Nemzeti Kiválósági Program" finanszírozásában valósult meg.