

Fizikus szemmel a szivárványról

Cserti József

Eötvös Loránd Tudományegyetem,
Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

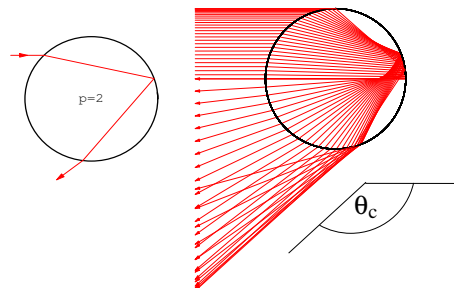
Esős nyári délutánon a ragyogó Nap fényében gyakran látható egy, esetleg két színes ív az égbolton, a jól ismert szivárvány. Nemcsak festőket, költőket ihlette meg, de a természettudósokat is régóta izgatta e gyönyörű légköri jelenség. A századok alatt, az optika tudományának fejlődésével párhuzamosan egyre tökéletesebb elméleteket dolgoztak ki a fizikusok a szivárvány értelmezésére.

Mielőtt részletesebben áttekintenénk ezeket az elméleteket szóljunk néhány szót a szivárvány keletkezésének alapvető vonásairól. A szivárványt akkor láthatjuk, ha az előttünk hulló esőcseppekre a mögöttünk lévő Nap rásüt. Alakja körív. A természetben a szivárványnak két fő íve figyelhető meg: a *főszivárvány* és a halványabb *mellékszivárvány*. A főszivárványban a belső körív kék, míg a külső vörös színű. A mellékszivárványban a színek sorrendje fordított, a belső körív vörös, a külső kék. Alaposabb megfigyelésekből kiderül, hogy a szivárvány két íve közti tartomány jelentősen sötétebb, mint az ég más része. Ezt a sötét sávot az ókori *Aphrodisias Alexander* tiszteletére, aki Kr. e 200-ban figyelte meg ezt a jelenséget, *Alexander-féle sötét sávnak* nevezik. Az interneten több helyen is találhatunk fényképeket a szivárványról, és más légköroptikai jelenségekről [1]. A főszivárvány alatt ritkán további *járulékos íveket* láthatunk (angolul *supernumerary arcs*). Egy róluk készült kitűnő felvétel a [2] internetcímen található. Mint látni fogjuk, ezen járulékos ívek magyarázata alapvető szerepet játszott a szivárvány pontosabb elméletének kidolgozásában.

Már az ókori világ természettudósait is foglalkoztatta a szivárvány értelmezése. *Arisztotelész* még úgy vélte, hogy a szivárvány a napfény felhőkön történő visszaverődésének a következménye. De az arab tudósok, köztük *Ibn al-Haiszam* is jelentős eredményeket ért el az optikai kutatások terén. Szerinte a nedves és sűrű levegő gömb alakú tükörként veri vissza a napsugarakat [3]. A szivárvány ívének szögét elsőként *Roger Bacon* mérte meg 1266-ban, és eredményei szerint főszivárványra a szivárvány ívének egy pontjából a Nap felé és a megfigyelő felé mutató irány 42°-os szöget zár be. Mellékszivárványra ez a szög 50°. *Arisztotelész* után csak 17 évszázad elteltével a német *Theodoric Freiberg* szerzetes adott pontosabb magyarázatot a jelenségre. Kísérleteihez vízzel töltött üveggömböt használt, és megfigyelte a szivárványt létrehozó fénysugarak menetét. Három évszázadon át elfelejtették Freiberg eredményeit. *René Descartes* 1637-ben mutatta meg újra Freibergtől függetlenül, hogy a főszivárvány keletkezésénél a fény először megtörik a vízcsepp felületén, majd annak belső felületén *egyszer* visszaverődik, és aztán ismételt fénytöréssel kilép belőle. Mellékszivárványnál a vízcseppen belül *két* visszaverődés történik. Freiberg és Descartes megállapították, hogy a szemünkbe érkező különböző színű fénysugarak eltérő vízcseppekből jönnek. A szivárvány egységes geometriai optikai értelmezése Descartes nevéhez fűződik. A szivárvány megértésében kulcsfontosságúnak számító elméletek, a fény természetének pontosabb megismerésének megfelelően, három fő témakörhöz csoportosíthatók: (i) Descartes geometriai optikán alapuló elmélete, (ii) a fény hullámtermészete, (iii) a Maxwell-egyenletek alapján kidolgozott Mie-elmélet. A továbbiakban áttekintjük a fenti elméletek alapjait.

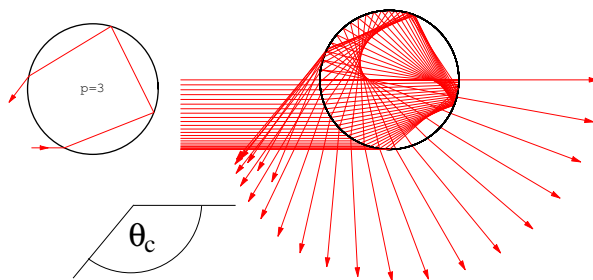
Descartes geometriai optikai magyarázatához a ma már jól ismert töréstartományt, mai nevén *Snellius–Descartes-törvényt* alkalmazta, amely szerint a levegőből α beesési szöggel érkező fénysugár iránya megtörik, ha egy másik közeg (pl. víz) határához érkezik. Az α beesési szög és a megtört sugár β törési szögére a következő egyenlet teljesül: $\sin \alpha / \sin \beta = n$, ahol n az anyag törésmutatója, ami a

levegőben és a közegben mért fény terjedési sebességének az arányával egyezik meg. A Nap fénye közel párhuzamosan érkezik az esőfelhőben lévő vízcseppek felületéhez. Egy fénysugár menete egyszeres belső visszaverődés esetén az 1. ábra baloldali részén látható (a belső visszaverődések száma helyett az irodalomban szokásos módon, a vízcseppben belüli húrok p számát adtuk meg). Descartes nagy türelemmel, körzövel és vonalzóval, illetve Snellius–Descartes-törvényt felhasználva szerkeztette meg közel száz párhuzamosan beeső fénysugár menetét. Ma már könnyen írhatunk olyan számítógépes programot, amellyel ezt a feladatot gyorsan megoldhatjuk. Az eredmény az 1. ábra jobb oldali részén látható. A vízcseppből kilépő fénysugarak irányát jellemezhetjük az ún. θ szórási szöggel, ami a be-



1. ábra. A vízszintesen balról beeső fénysugarak menete főszivárványnál (a húrok száma $p = 2$).

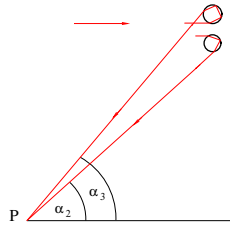
lépő és kilépő sugár közti szög. Az 1. ábrából szembeűnő, hogy a vízcseppből kilépő összes fénysugár θ szórási szöge *nagyobb* egy kritikus θ_c szögnél. A θ_c szög csak a víz n törésmutatójától és a húrok p számától függ [4]. Ezt a speciális sugármenetet *Cartesius-sugármenet* nevezük. Jól látható az 1. ábrából, hogy a Cartesius-sugármenet közelében beeső párhuzamos sugarak a vízcseppből kilépve közel párhuzamosak maradnak, a nyaláb ebben az irányban a legintenzívebb [4]. Más esetekben a nyaláb a vízcseppből kilépve szétszóródik. Így a Cartesius-sugármenetnek kitüntetett szerepe van. Pontos matematikai számításokkal megmutatható, hogy a főszivárványt a bejövő fénysugár irányához képest $\alpha_2 = 180^\circ - \theta_c(p = 2) = 42,5^\circ$ irányból látjuk legintenzívebbnek vörös színű fényre (azaz $n = 1,330$ törésmutatóval számolva) [4]. Hasonló módon alakul ki a halványabb mellékszivárvány, amikor a vízcseppben belül *két* visszaverődés történik (a húrok száma $p = 3$). Ekkor a balról párhuzamosan beeső sugarak a 2. ábrán szerint egy kritikus $\theta_c(p = 3)$ szögnél *kisebb* szórási szöggel lépnek ki a vízcseppből (megjegyezzük, hogy $\theta_c(p = 3) < \theta_c(p = 2)$). A mellékszivárványt a bejövő fénysugár



2. ábra. A vízszintesen balról beeső fénysugarak menete mellékszivárványnál (a húrok száma $p = 3$).

irányához képest $\alpha_3 = 180^\circ - \theta_c(p = 3) = 50,1^\circ$ irányból látjuk legintenzívebbnek vörös színű fényre (azaz $n = 1,330$ törésmutatóval számolva) [4].

A fentiek alapján már könnyen megérthetjük, hogy miként alakulnak ki a szivárvány ívei. A 3. ábrán az esőfelhő két különböző helyén lévő vízcseppjében a Cartesius-sugármenetet mutatja vörös színre a fő- és a mellékszivárványnál. Mint láttuk, ezekből az irányokból érkezik az esőcseppekről a legintenzívebb fény egy távoli P megfigyelőhöz. Ha a cseppből kilépő Cartesius-sugár egyenesét a P pont körül úgy forgatjuk el, hogy közben az egyenes mindig α_2 , illetve α_3 szöveget zárjon be a bejövő fény irányával (a 3. ábrán vízszintes vonal), akkor az egyenes egy kúppaláston mozog, és a

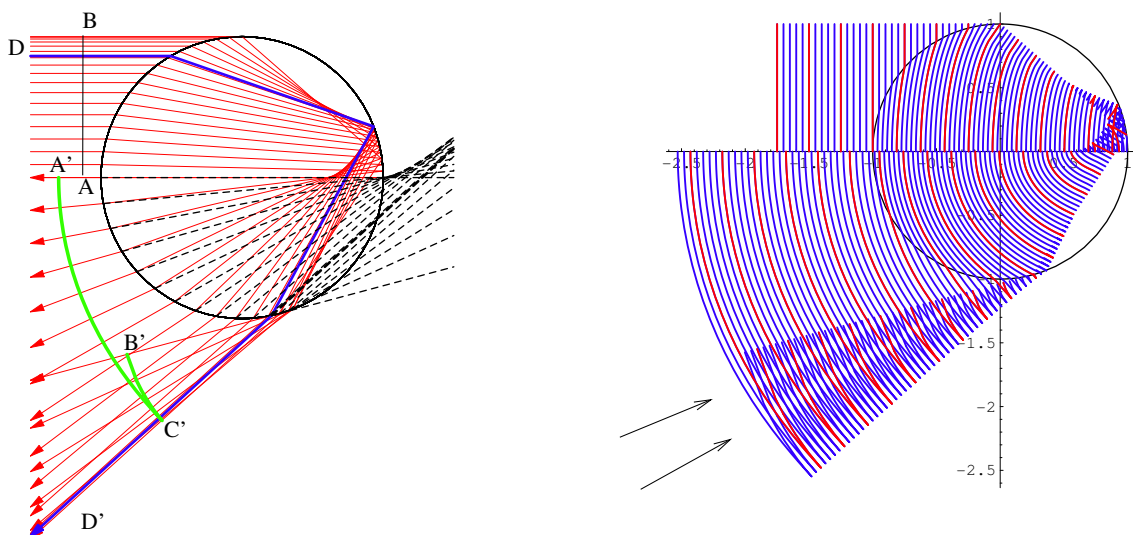


3. ábra. A P megfigyelőhöz érkező legintenzívebb fénysugarak iránya a beeső vörös színű fény irányához viszonyítva $\alpha_2 = 42,5^\circ$ -os és $\alpha_3 = 50,1^\circ$ -os fő-, és mellékszivárványnál.

cseppekből induló végpontja egy körívet ír le, ami a szivárvány íve adott színű fénysugárra. A víz törésmutatója függ a fénysugár színétől, ezért az α_2 és α_3 szögek nagysága is. Egyszerű számítások szerint főszivárványnál α_2 vörös színre nagyobb, mint kék színre, és így a külső ív vörös, míg a belső ív kék színű, ahogy ezt a természetben megfigyelhetjük. Mellékszivárványnál a számítások szerint a színek sorrendje, a megfigyelésekkel összhangban, fordított a főszivárványhoz képest [4]. Megmutatható, hogy a $42,5^\circ$ -os és $50,1^\circ$ -os szögek közti irányban (a fő- és mellékszivárvány között) egy sötét tartomány alakul ki, az Alexander-féle sötét sáv [4].

A továbbiakban a szivárványnak a fény hullámtermészetén alapuló elméletét ismertetjük. Közismert a fénynek a hullámtermészetéből fakadó két alapvető tulajdonsága: a polarizáció és az interferencia-képesség. A szivárvány jelenségének jobb megértésében nem tekinthetünk el a fény e két tulajdonságától. A vízcseppeken megtörő fény polarizálódik, és így a szivárványról érkező fény síkban poláros. A fény polarizációjáról bővebben *Härtlein Károlynak* a *Mindentudás az iskolában* sorozat 2005. márciusi számában megjelent cikkét, illetve e cikk szerzőjének korábbi tanulmányát [4] javasoljuk az érdeklődő olvasó számára.

Időnként a főszivárvány belső köríve alatt járulékos íveket is megfigyelhetünk, amelyekre pontos matematikai elméletet elsőként *George Biddell Airy* adott 1838-ban. Röviden tekintsük át az elmélet főbb gondolatát! A vízcseppekre különböző beesési szöggel érkező „fénysugarak” azonos idő után különböző utat tesznek meg. Ezért a 4. ábra baloldalán látható, a bejövő fénysugarakra merőleges síkú AB hullámfront a vízcseppből kilépve már nem lesz sík. Kiszámítottuk, hogy miként torzul a sík hullámfront a vízcseppben való áthaladás után, melyet $A'C'B'$ görbe mutat. Látható, hogy a



4. ábra. A bal oldali ábra mutatja, hogyan változik a kezdeti AB egyenes síkú hullámfront alakja egy bizonyos idő elteltével ($A'C'B'$ görbe). A D és D' pontokon átmenő vastag vonal a Cartesius-sugármenetet jelöli. A jobb oldali ábra a hullámfront időbeni fejlődését mutatja. A nyilak irányában látjuk az első két járulékos ívet.

hullámfront a C' pontban „megtörik”, de a hullámfront minden elemi szakasza továbbra is merőleges

lesz az adott elemi szakaszon átmenő fénysugárra. A 4. ábra jobb oldali részén a hullámfront időbeni fejlődése látható. Mivel minden hullámfront két „megtört” szakaszból áll, ezek különböző hosszúságú utakat tesznek meg a megfigyelőig, és így egymással interferálnak. Az ábrán jól látható, hogy a nyíllal jelzett irányokban erősítik egymást a frontok. Ezekben az irányokban láthatók a járulékos ívek. Airynek sikerült közelítőleg kiszámítani a megfigyelőhöz érkező fény intenzitásának a szögfüggését [4]. Az Airy-elmélet jól közelíti a mért szögfüggést, és csak kis méretű vízcseppekre ($R \leq 0,1$ mm), illetve $\theta \gg \theta_c$ szögekre (a főtávírány irányától „távol”) nem ad helyes eredményt.

Meglepő módon csak a XX. század elején sikerült kidolgozni a szivárvány értelmezésének egzakt elméletét. A vízcsepre érkező fény egy elektromágneses síkhullámnak tekinthető. Ez a síkhullám szóródik a vízcseppen. Az \mathbf{E} elektromos és \mathbf{B} mágneses tereket a Maxwell-egyenletek írják le. Ezen egyenletek alapján tetszőleges méretű és törésmutatójú gömb alakú anyag fényszórására elsőként 1890-ben *Ludvig V. Lorenz*, majd jóval később, tőle függetlenül, 1908-ban *Gusztav Mie*, és egy évvel később henger alakú szórótestekre *Peter J. W. Debye* vezetett le analitikus megoldást (az irodalomban az egzakt elméletet egyszerűen *Mie-elméletnek* nevezik). Numerikus szempontból reménytelenek látszott abban az időben az elmélet jóslatait összevetni a kísérleti eredményekkel. Sokáig feledésbe is merült az elmélet. Csak az utóbbi évtizedekben, a számítógépes lehetőségek javulásával került ismét az érdeklődés középpontjába a Mie-elmélet [4]. A Mie-elmélettel sikerült értelmezni két másik, közismert légköroptikai jelenséget, a koszorút és a glóriát [4]. Végül érdemes megjegyezni, hogy a fizikában a XX. század egyik legfontosabb eredménye, a kvantummechanika alapján több neves fizikus rámutatott a szivárvány és az atomokon szóródó részecskék kvantummechanikai szórási problémája közti hasonlóságra [4].

Arisztotelész óta több neves fizikus tanulmányozta az egyik legismertebb és legszebb légköri jelenséget, a szivárványt. A szivárvánnyal kapcsolatos jelenségek egzakt tárgyalása nem nélkülözheti mindazt a tudást, amit a fényről tudunk. Az optika tudományának fejlődésében mindig nagy szerepet játszottak az újabb elméletek alkalmazásai a szivárvány leírásában.

Jegyzetek és irodalom:

- [1] <http://www.atoptics.co.uk/>
<http://my.unidata.ucar.edu/content/staff/blynds/rnbw.html>
http://www.usna.edu/Users/oceano/raylee/RainbowBridge/Chapter_8.html
<http://hjem.get2net.dk/Hemmingsen/Rainbow/>
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/Rainbow/rainbow.html>
- [2] <http://www.sundog.clara.co.uk/rainbows/supers.htm>
- [3] Mészáros Ernő: *Az arab tudomány öröksége*, História 2006. 3. szám, 26. oldal.
- [4] Cserti József: *A szivárvány fizikája, az esőcseppek fényszórási jelenségei*, Fizikai Szemle, LV. évfolyam 9., 10. és 12. számok (2005);

<http://www.kfki.hu/fszemle>
<http://complex.elte.hu/~cserti/Szivarvany.pdf>