

Név	Neptun-azonosító	e-mail

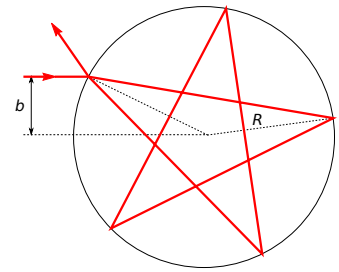
Minden további lapon szerepeljen a név és/vagy a Neptun-azonosító!

1. Az  $n$  törésmutatójú közegben terjedő elektromágneses hullám  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  elektromos tere SI egységekben a következő alakú:

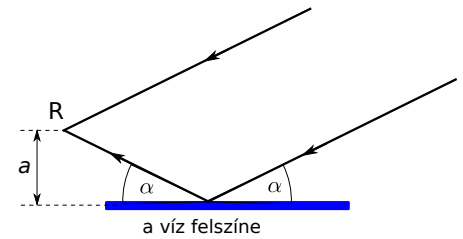
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ e \\ 0 \end{pmatrix} \cos \left[ \frac{\pi}{3} \left( \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z \right) \times 10^7 - 3,7 \times 10^{15}t \right],$$

ahol  $E_0$  egy konstans. Milyen irányban terjed a hullám? Határozzuk meg az  $e$  paraméter értékét! Határozzuk meg a  $\lambda$  hullámhosszt, az  $\omega$  körfrekvenciát, a  $T$  periódusidőt és a fázissebességet! Mekkora a közeg  $n$  törésmutatója? Határozzuk meg a  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  mágneses teret! Írjuk fel az  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  teret komplex formában (azaz amelynek valós része éppen  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ )! Mekkora a tér komplex amplitúdó-komponensei?

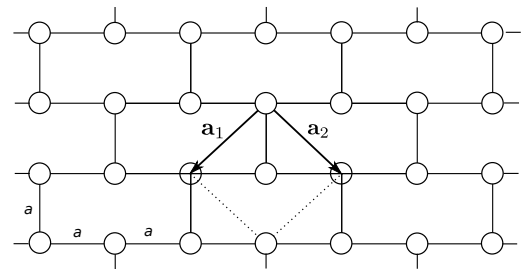
2. Egy  $n$  törésmutatójú,  $R$  sugarú üveggömbbe  $b$  impakt paraméterrel belépő fénysugár a belső visszaverődések után ugyanott lép ki a gömbből, ahol belépett. Legyen a belső húrok száma  $p = 5$ , amint ez a mellékelt ábrán látható! i) Számítsuk ki a  $b$  impakt paramétert, ha gömb törésmutatója  $n = 3/2$ ! ii) Általánosítsuk a problémát! Hogyan függ a  $b$  impakt paraméter az  $n$  törésmutatótól és a húrok  $p$  számától? iii) Adott  $n$  mellett mekkora lehet  $p$  maximális értéke, hogy a fénysugár be- és kilépési pontja megegyezzen?



3. A mellékelt ábrán egy hajón a víz felszínétől számítva  $a$  távolságra az  $R$  pontban egy radar veszi a távoli, párhuzamosan érkező rádióhullámokat, amelyek egy része közvetlenül, másik része a víz felszínéről visszaverődve érkezik a radarhoz. Mekkora legkisebb  $\alpha$  szögben lesz a radar által vett jel intenzitása maximális, ha a radarhullám  $\lambda$  hullámhossza összemérhető az  $a$  távolsággal? *Megjegyzés:* az optikailag sűrűbb közegről történő visszaverődésnél egy extra  $\pi$  fázisugrást is figyelembe kell venni!



4. A mellékelt ábrán  $a$  és  $2a$  oldalú téglalapokból álló rácsszerkezet mindenegyres rácspontjában egy kisméretű lyuk van. Az elemi cella vektorai  $\mathbf{a}_1$  és  $\mathbf{a}_2$  (az ábra egy lehetséges választást mutat). Határozzuk meg a rácsszerkezet reciprokrácsának az elemi celláját, azaz azokat a  $\mathbf{b}_1$  és  $\mathbf{b}_2$  vektorokat, amelyekre teljesül, hogy  $\mathbf{a}_j \mathbf{b}_k = 2\pi \delta_{jk}$ , ahol  $j, k = 1, 2$ ! Legyen  $\mathbf{d}_j$  a  $j$ -dik lyuk helyvektora egy elemi cellában, ahol  $j = 1, \dots, p$ , és  $p$  az egy elemi cellában lévő lyukak száma! Adjuk meg a  $\mathbf{d}_j$  vektorokat az ábrán bejelölt elemi cellában! Mennyi  $p$  értéke?



Határozzuk meg az alakzat-rendszer  $S(\mathbf{k}) = \sum_{j=1}^p e^{i\mathbf{k}\mathbf{d}_j}$  szerkezeti tényezőjét, ahol  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$  a megfigyelés iránya! A könnyebb és gyorsabb számolás érdekében célszerű a  $\mathbf{d}_j$  vektorokat kifejezni az  $\mathbf{a}_1$  és  $\mathbf{a}_2$  vektorokkal, és vegyük fel a  $\mathbf{k}$  vektort a  $\mathbf{k} = m\mathbf{b}_1 + n\mathbf{b}_2$  alakban, ahol  $m, n$  egész számok. Milyen értékeket vehet fel az  $S(\mathbf{k})$  szerkezeti tényező a különböző  $m, n$  egész számokra? Ezek alapján rajzoljuk le a Fraunhofer-diffrakciós képet!

5. A pointillizmus az impresszionizmusból kialakult festészeti irányzat, a képet apró, pontszerű ecsetvonásokból építették fel. Milyen messze kell állni a festménytől, hogy a képen egymástól  $d = 2$  mm távolságban lévő szomszédos színes pöttyöket a szemünk  $D = 1,5$  mm átmérőjű pupilláján keresztül már ne tudjuk megkülönböztetni? Legyen a festményt megvilágító fény hullámhossza  $\lambda = 400$  nm!

(Fordítsd meg a lapot!)

6. Írjuk fel egy olyan polarizációs eszköz Jones-mátrixát, ami a vízszintes polarizációjú fénysugarat ugyanakkora amplitudójú, de  $45^\circ$ -os polarizációjúba, a függőleges polarizációjú fényt pedig önmagába viszi át! Mutassuk meg közvetlenül elvégezve a műveletet a Jones-vektorokon, hogy feltételeink teljesülnek!

*A vonal alatti feladatok megoldásait külön lapra írjátok!*

---

7. A 2014. évi Optika vizsgázó 9. feladatában felfedezett bolygó felszínén – amint az a feladat megoldásából kiderült – a levegő törésmutatója  $n_0 = 2$ . A bolygó felszínén sétálgató űrhajósok délibábra lesznek figyelmesek: messze maguk előtt az égen, a felszíntől mérve  $\alpha$  szögben távoli hegyek fejjel lefelé álló tükörképét pillantják meg. A szöget megmérve azt találják, hogy  $\cos \alpha = 3/4$ . Tudják, hogy a felső délibáb jelenségét egy hőmérsékleti inverzió okozza, azaz a talajtól felfelé fokozatosan hidegebbé váló levegő fölött elhelyezkedő, a környezeténél melegebb levegőrétegben törik meg és hajlik vissza a felszín felé a távolból elindult fénysugár. Azt is tudják, hogy ebben a légrétegben a légnyomás éppen fele a felszíni értéknek. Emellett persze ismerik a gázok törésmutatóját leíró Arago–Biot-törvényt is:  $n = 1 + Kp/T$ , ahol  $p$  a gáz nyomása,  $T$  az abszolút hőmérséklete,  $n$  a törésmutatója,  $K$  pedig a gáz fajtájára jellemző állandó. A fenti ismeretek alapján ki tudják számítani, hogy aránylik a délibábot létrehozó légréteg hőmérséklete a felszíni  $T_0$  értékhez. Számítsd ki te is!
8. Az  $A$  és  $B$  esemény közti időkülönbség a  $K$  inerciarendszerben  $\Delta t$ , térbeli távolságuk  $\Delta x$ . Ha felszállunk egy, a pozitív  $x$  tengely irányában  $V$  sebességgel mozgó űrhajóra ( $K'$  inerciarendszer), akkor a két eseményt egyidejűnek látjuk, térbeli távolságuk pedig  $72$  fényév lesz. Ha egy ugyanilyen  $V$  sebességű, de ellentétes irányba mozgó űrhajóra szállunk fel ( $K''$  inerciarendszer), akkor a két esemény időkülönbsége  $65$  év lesz. Mennyi a két esemény térbeli távolsága a  $K''$  inerciarendszerben? Mennyi a két esemény időkülönbsége és térbeli távolsága az eredeti  $K$  inerciarendszerben? Mennyi az űrhajók  $V$  sebessége a fénysebességhez viszonyítva? *A számolás során NE használj tizedes törteket, csak valódi törteket, esetleg gyökös kifejezéseket! Javaslat: dolgozz a rapiditás-paraméterrel és annak hiperbolikus függvényeivel!*
9. Egy nyugalomban levő,  $m = 16$  egységnyi tömegű részecskének nekiütközik egy  $\mu = 5$  egységnyi tömegű, a részecskegyorsítóban  $v = 99c/101$  sebességre felgyorsított részecske. Mekkora a két részecske összeolvadásával keletkezett új részecske  $M$  tömege és  $w$  sebessége? *A számolás során NE használj tizedes törteket, csak valódi törteket, esetleg gyökös kifejezéseket!*

(Cserti József, Dávid Gyula és Varga Dezső)